

WAE
Jarosław Arabas
Uwzględnianie ograniczeń

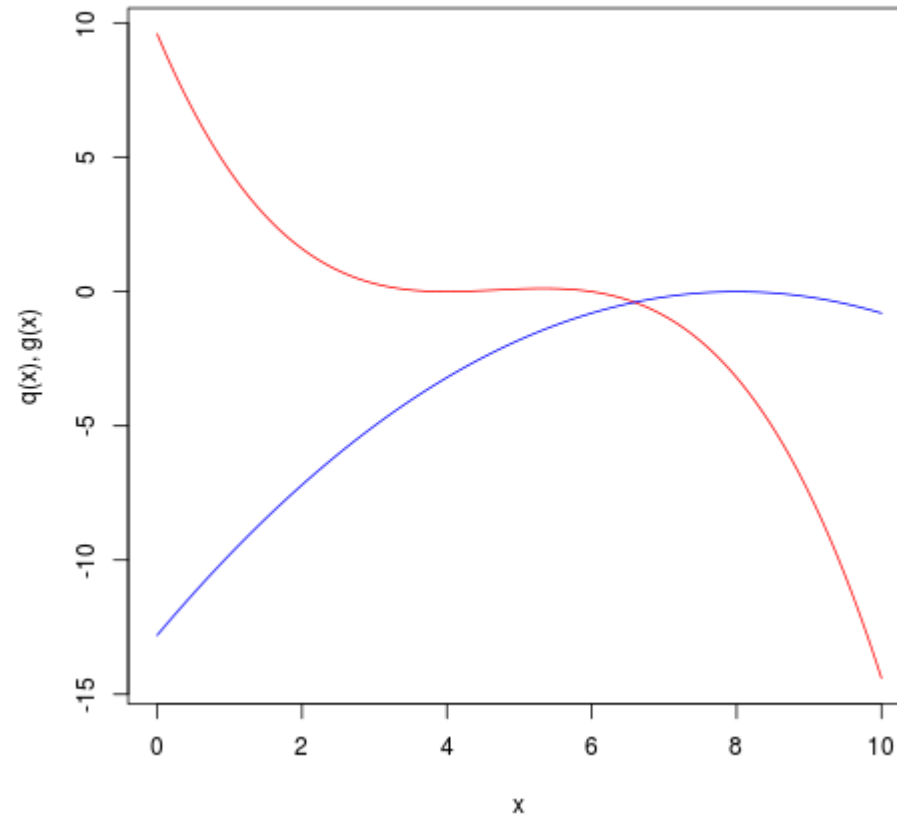
Optymalizacja ciągła

- Funkcja celu $q: F \rightarrow R$
- Zbiór dopuszczalny $F \subseteq R^n$
- Metryka $\delta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$
- Norma euklidesowa $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| = \left(\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \right)^{1/2}$
- Każdy punkt dopuszczalny spełnia:
 - Ograniczenia kostkowe $l_i \leq x_i \leq u_i \quad i = 1 \dots n$
 - Ograniczenia funkcyjne $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$
 $h_j(\mathbf{x}) = 0$

Kłopot z ograniczeniami

- Jak zainicjować poszukiwania (generacja punktu dopuszczalnego)
- Jak zapewnić dopuszczalność kolejno generowanych punktów
- Jak umożliwić przegląd całego zbioru dopuszczalnego
- Funkcja celu może dawać “niewłaściwe sygnały” poza zbiorem dopuszczalnym

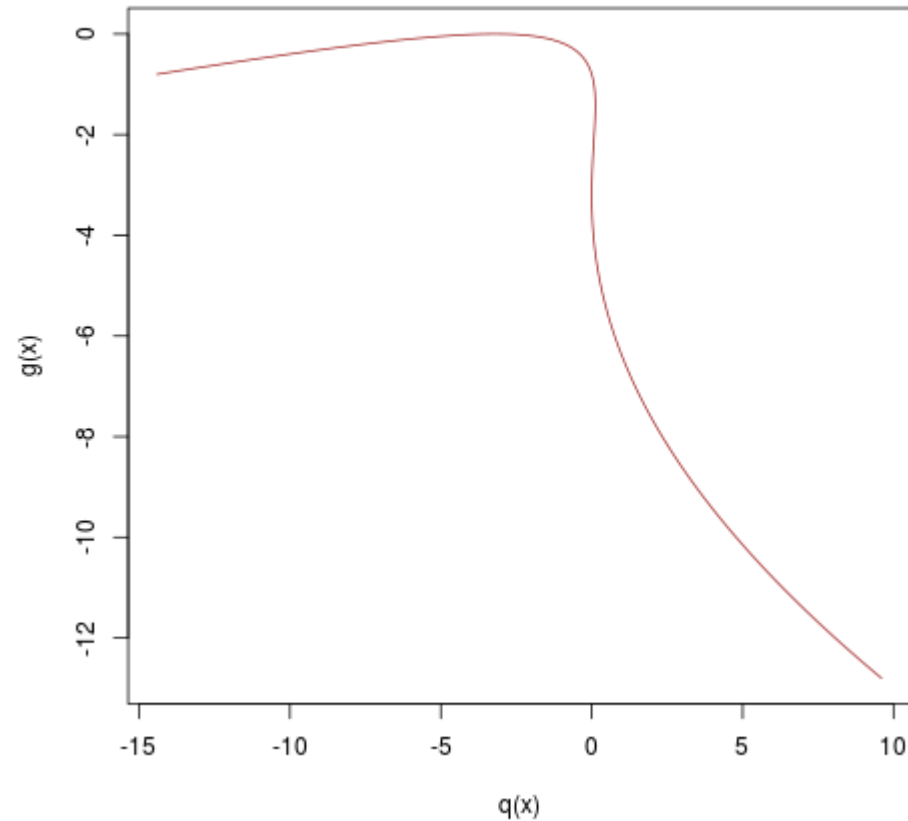
Wiele kryteriów oceny



$$g(x) = -(x-8)^2/5$$

$$q(x) = -(x-6) \cdot (x-4)^2/10$$

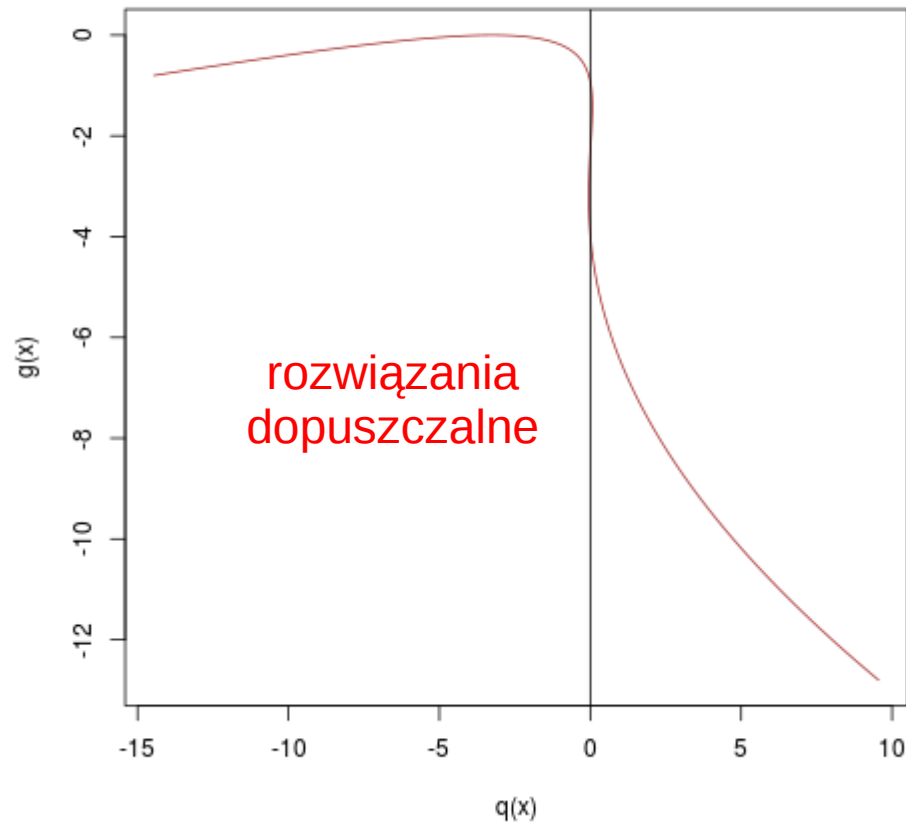
Wiele kryteriów oceny



$$g(x) = -(x-8)^2/5$$

$$q(x) = -(x-6) \cdot (x-4)^2/10$$

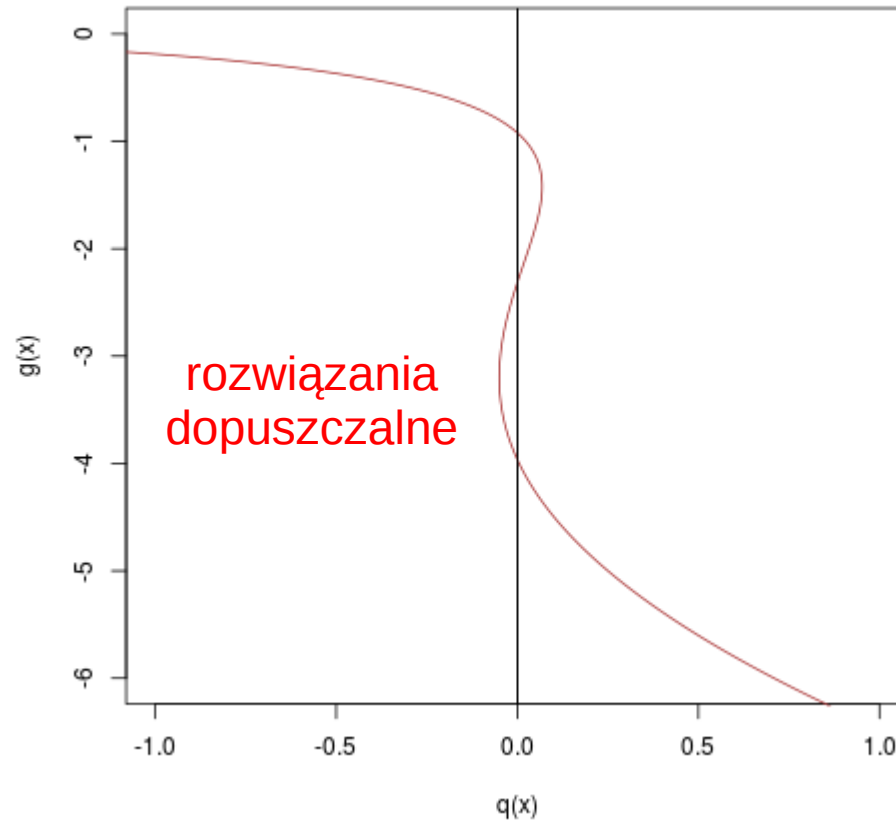
Wiele kryteriów oceny



$$g(x) = -(x-8)^2/5$$

$$q(x) = -(x-6) \cdot (x-4)^2/10$$

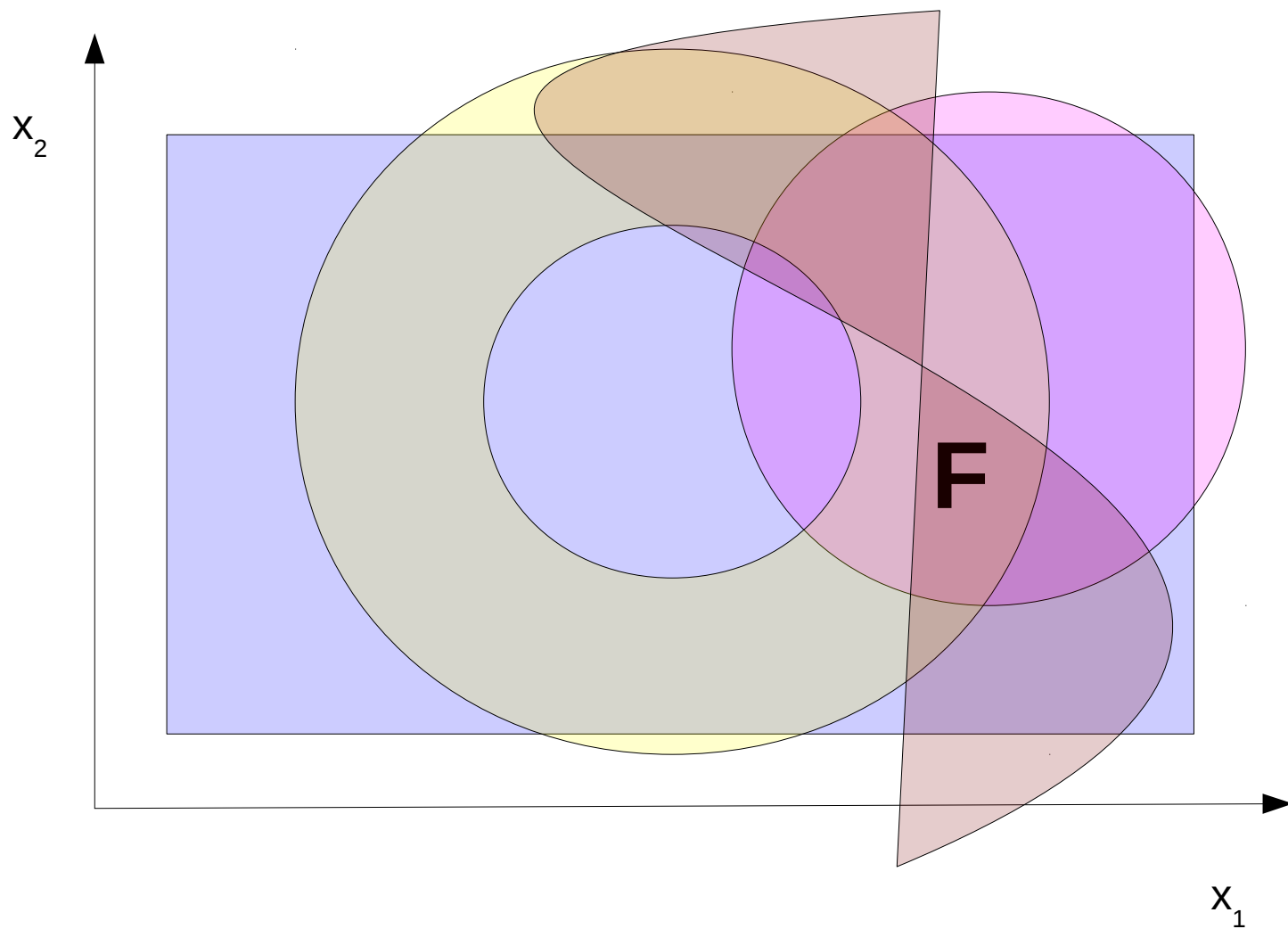
Wiele kryteriów oceny



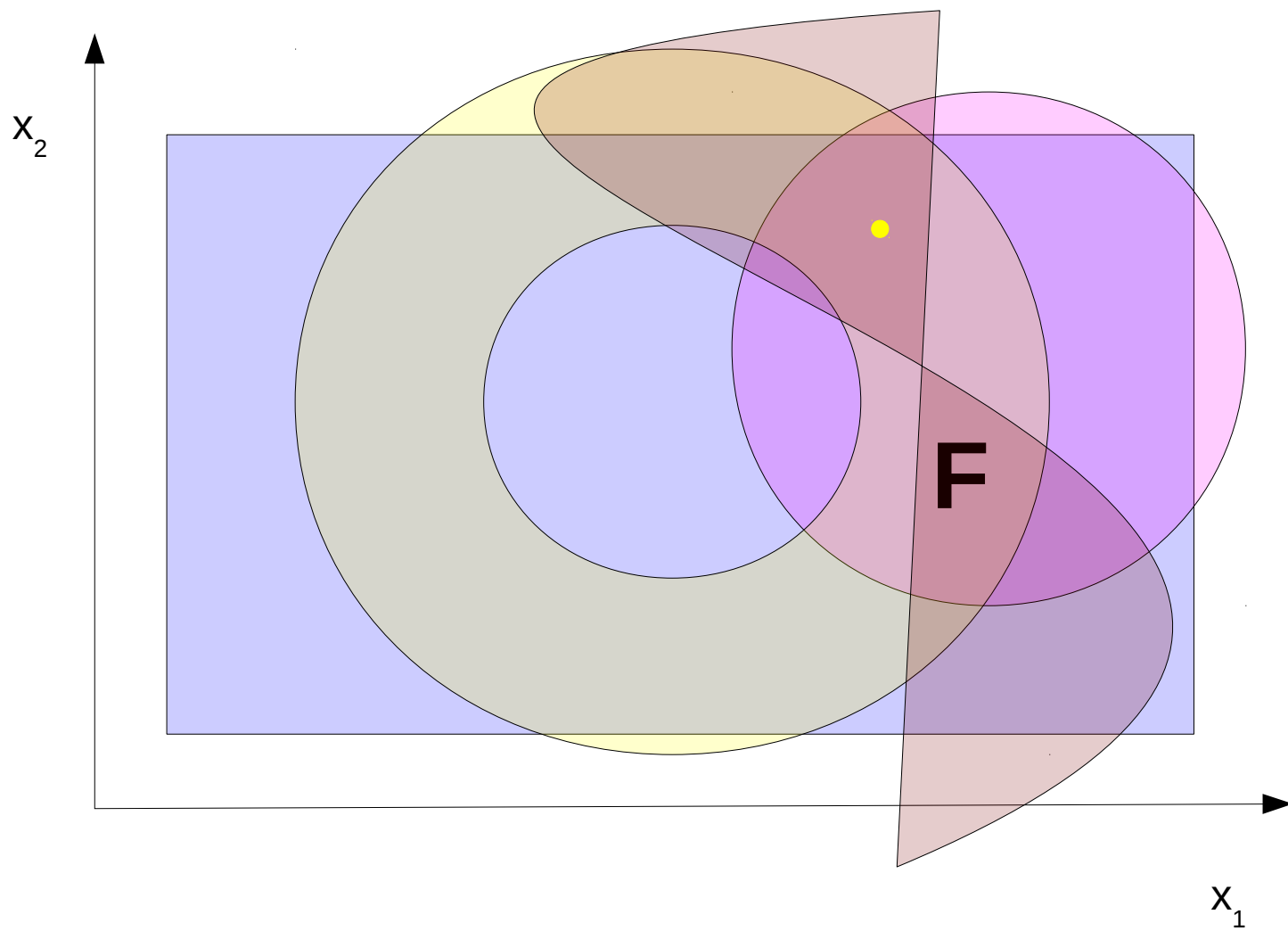
$$g(x) = -(x-8)^2/5$$

$$q(x) = -(x-6) \cdot (x-4)^2/10$$

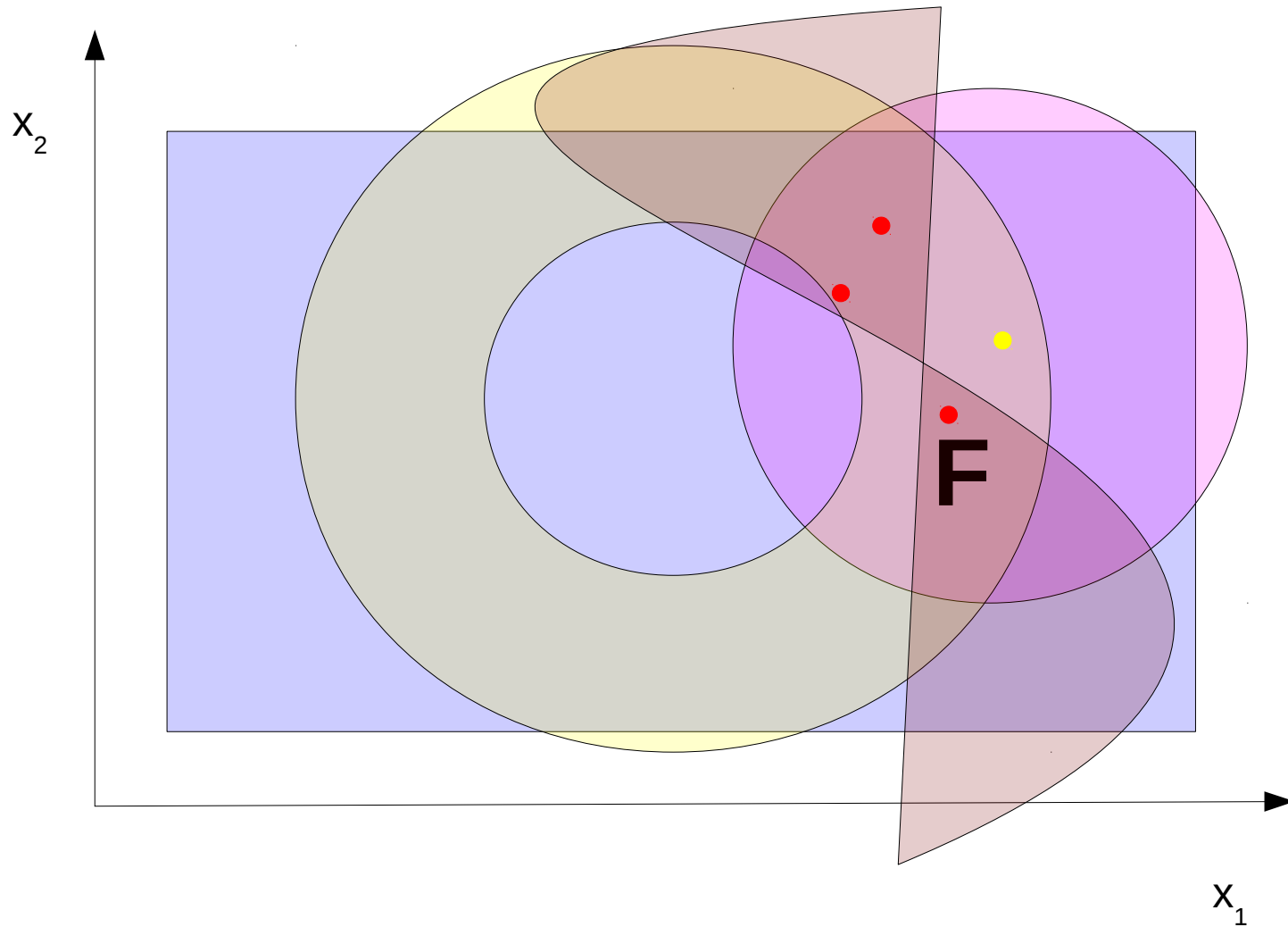
Inicjacja



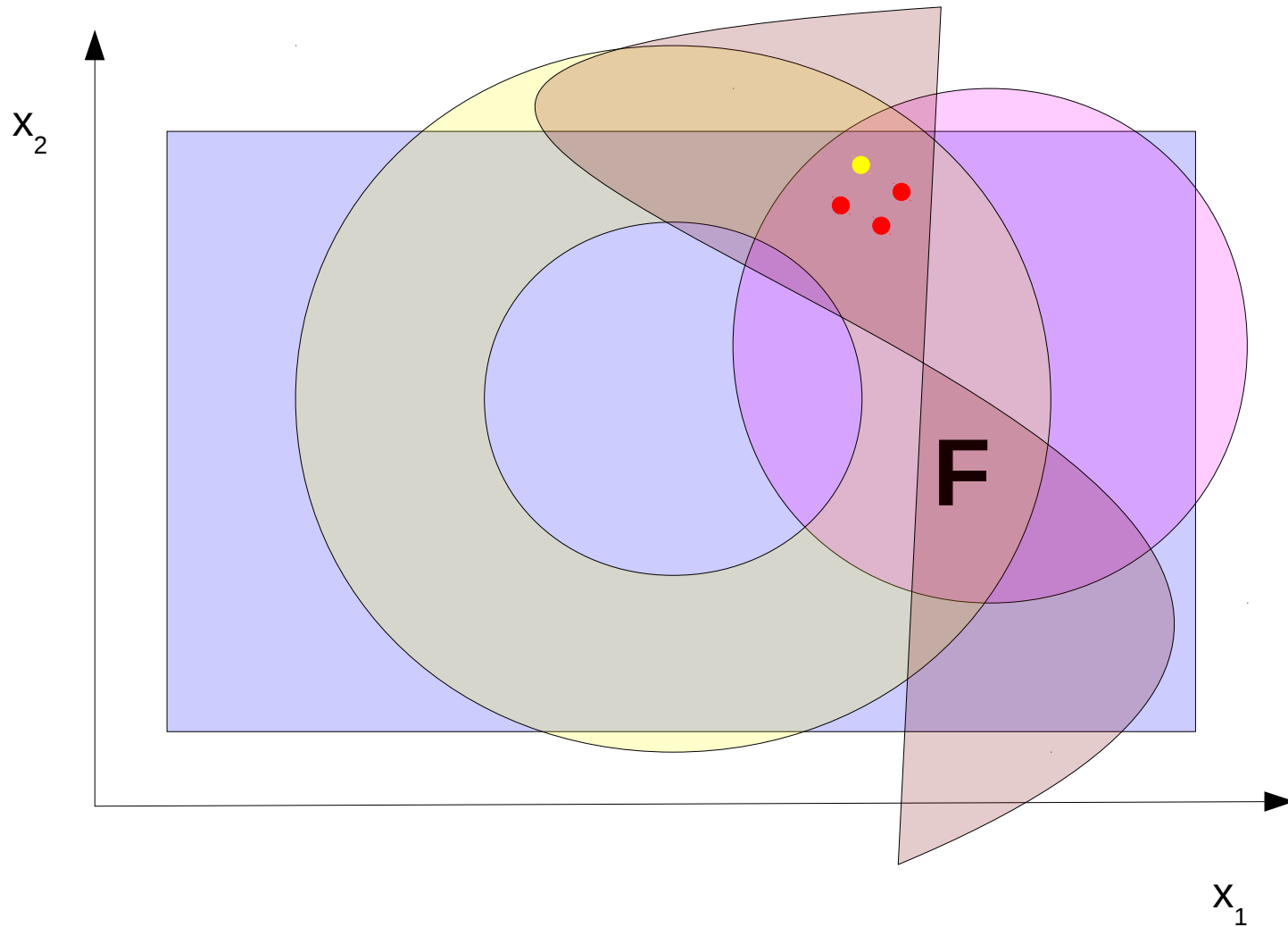
Inicjacja



Dopuszczalność kolejno generowanych punktów



Przegląd całego zbioru dopuszczalnego



zadanie optymalizacji

$$q: R^n \rightarrow R$$

x

$q(x)$

metoda przeszukiwania

Przez różowe okulary



Świat wydaje się być lepszy

zadanie optymalizacji

$$q: F \rightarrow R$$

$$F \subseteq R^n$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad i=1 \dots n$$

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0$$

uwzględnianie ograniczeń

$$q: R^n \rightarrow R$$

\mathbf{x}

$q(\mathbf{x})$

metoda przeszukiwania

Przez różowe okulary



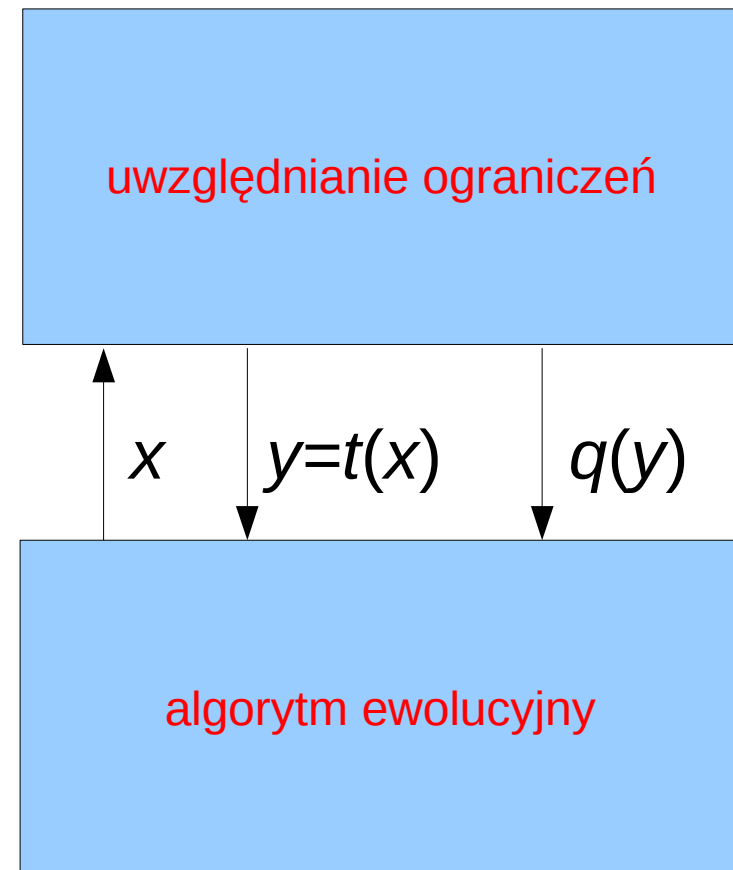
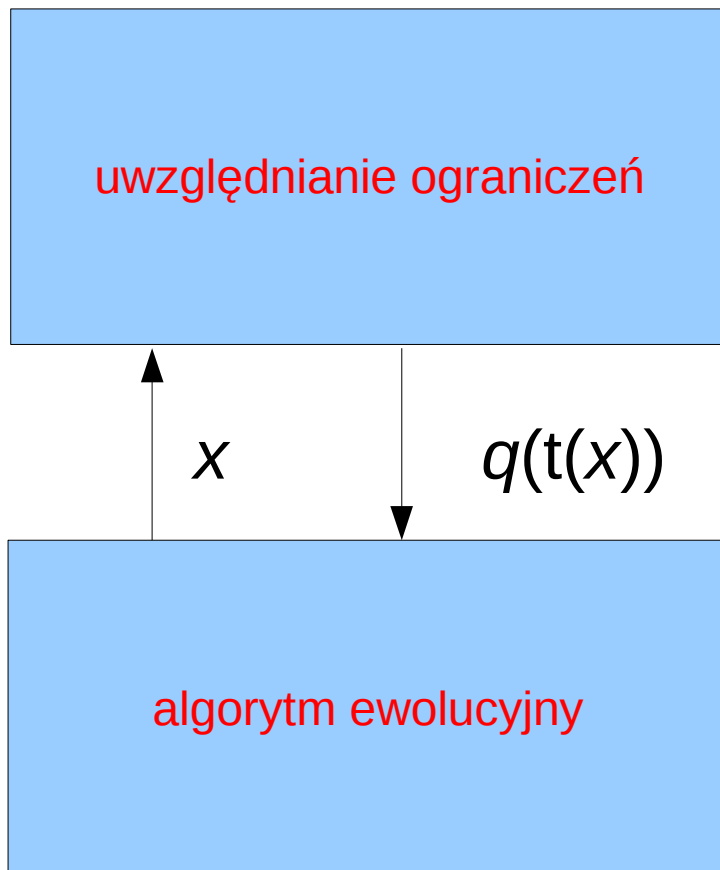
Świat wydaje się być lepszy

Sposoby uwzględniania ograniczeń

- Definicja przestrzeni przeszukiwań
(reprezentacja rozwiązania
oraz krzyżowanie i mutacja)
- Transformacja rozwiązań
(naprawa niedopuszczalnych)
- Modyfikacja funkcji celu

Dwa warianty transformacji rozwiązań

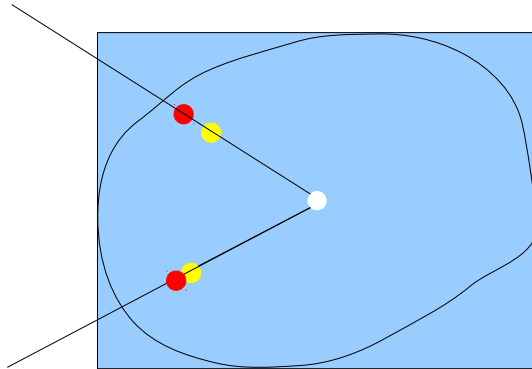
- Ewolucja darwinowska
- Ewolucja lamarkowska



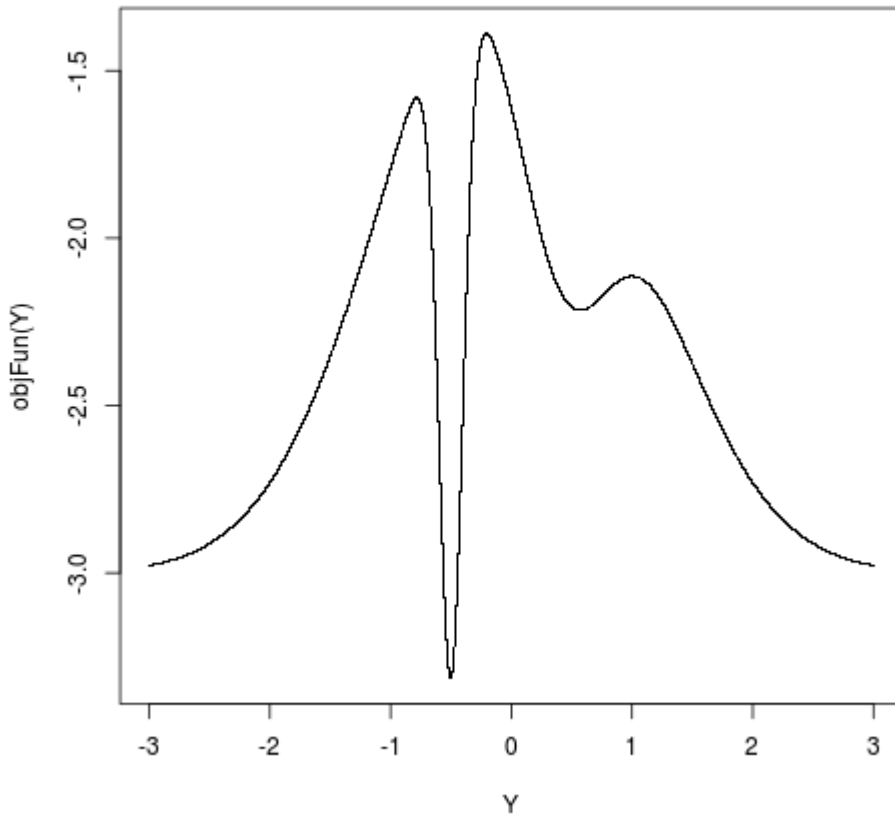
Reprezentacja rozwiązania i operacje przekształcające - przykład

- Poszukiwanie najtańszego cyklu Hamiltona
reprezentacja rozwiązań (przykłady)
 - Tablica n etykiet, możliwe powtórzenia
 - Permutacja n etykiet, bez powtórzeń
 - Etykiety w obu przypadkach mogą być reprezentowane binarnie
 - Zbiór dowolnych krawędzi, bez powtórzeń
 - Zbiór krawędzi połączonych ze sobą
 - Zbiory w obu przypadkach mogą mieć reprezentację binarną

Transformacja przestrzeni rozwiązań - przykład

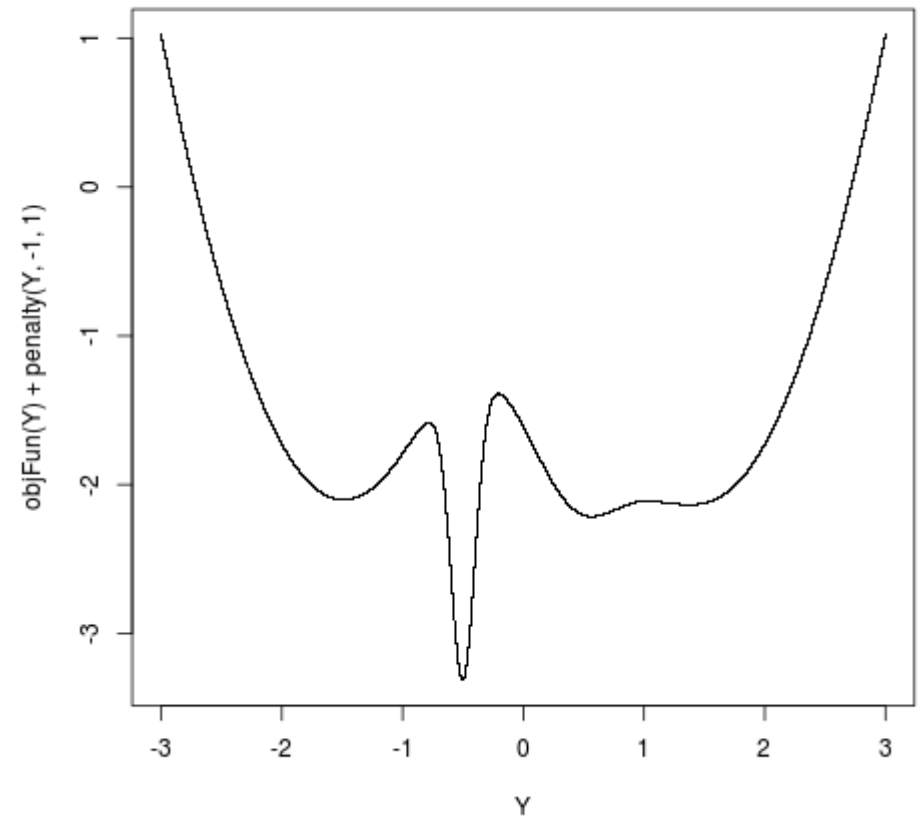


Modyfikacja funkcji celu zewnątrzna funkcja kary

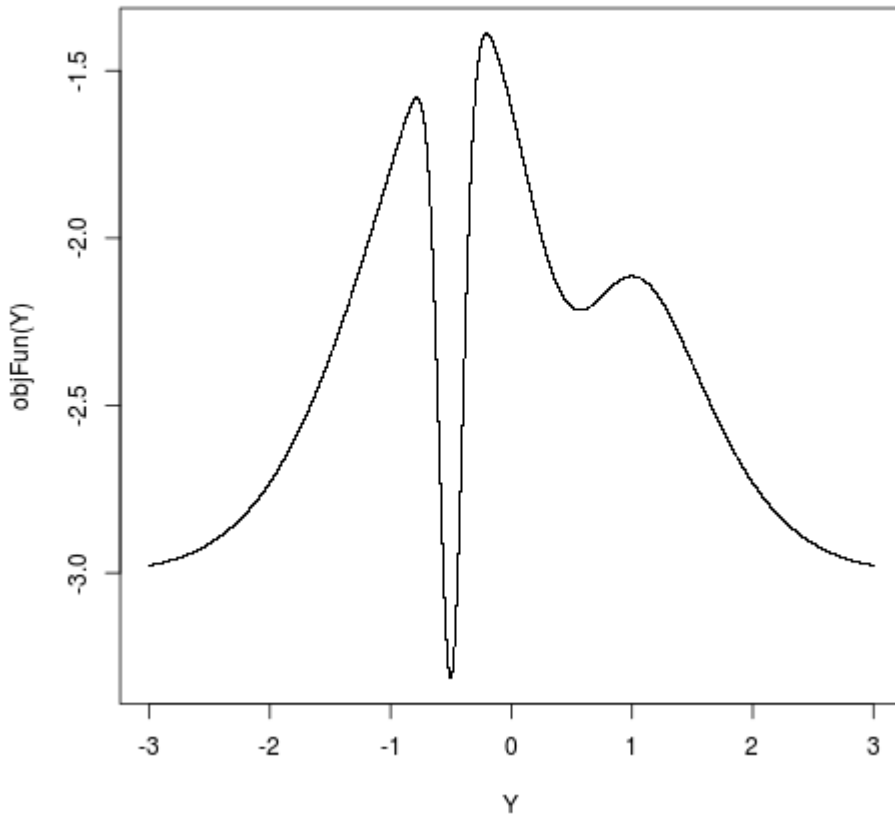


$$p(x) = (g(x))^2$$

$$q'(x) = q(x) + p(x)$$

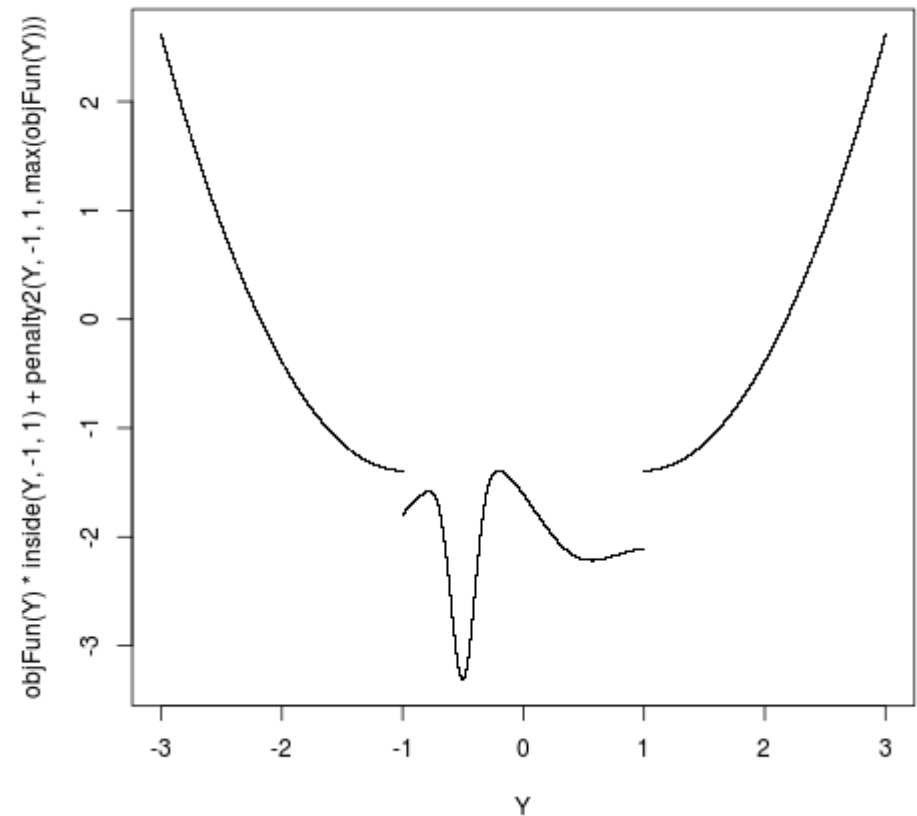


Modyfikacja funkcji celu zewnątrzna funkcja kary

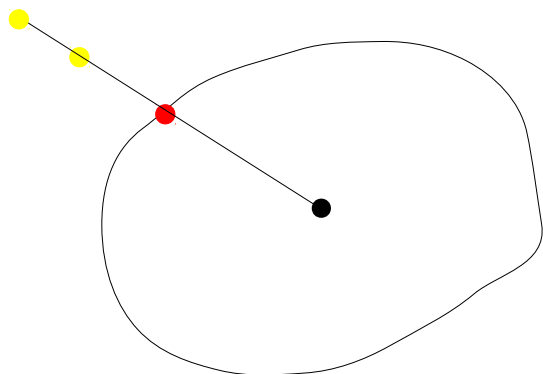


$$p(x) = Q + (g(x))^2$$

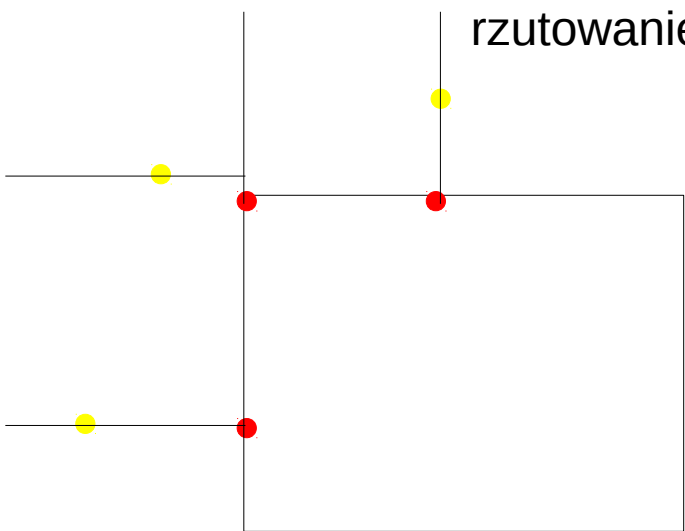
$$q'(x) = p(x)$$



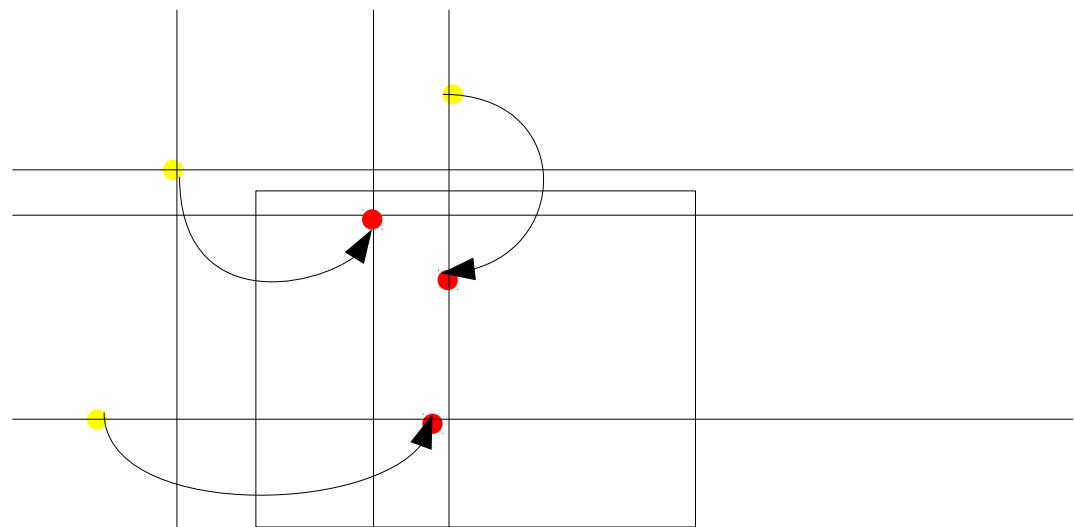
Transformacja rozwiązań - przykład



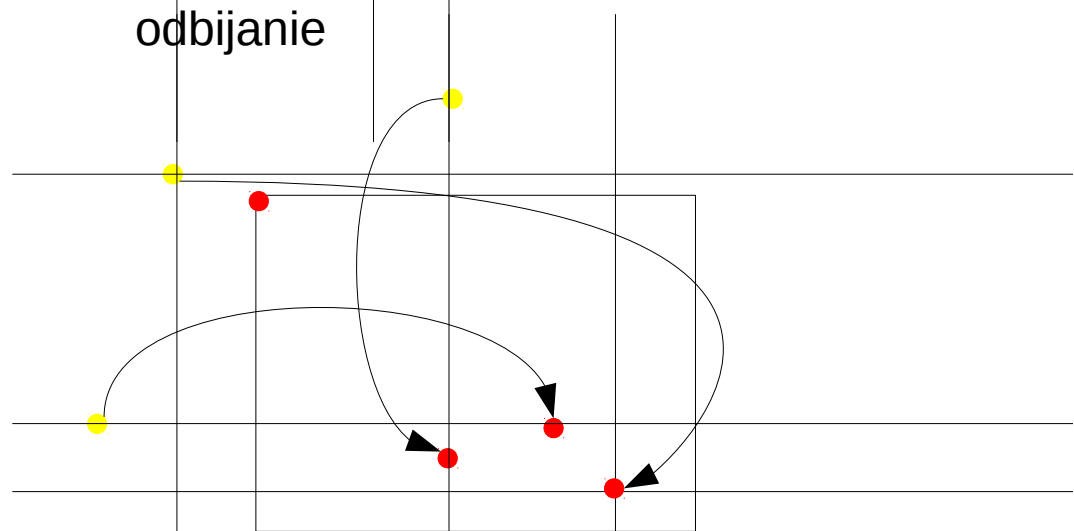
rzutowanie



rzutowanie prostopadłe



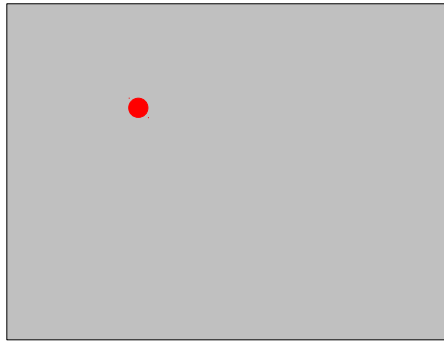
odbijanie



zawijanie

Transformacja rozwiązań - przykład

•



reinicjacja

$$t: x \rightarrow y \quad y \in F$$
$$q(y)$$

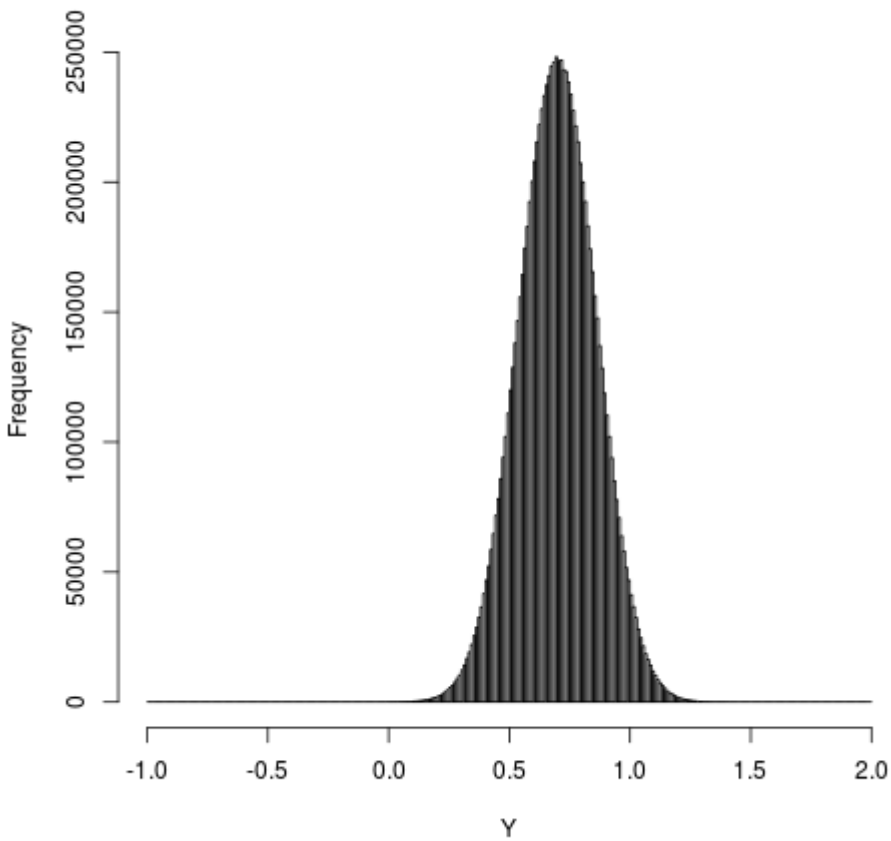
•



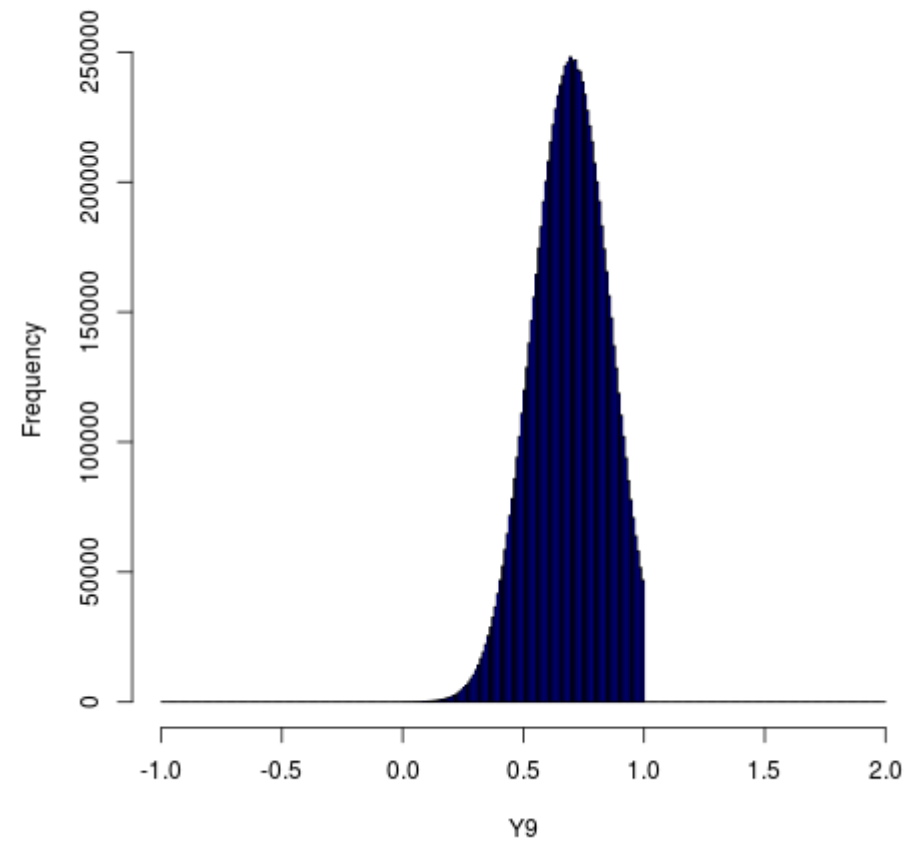
powtórna generacja

Naprawa rozwiązań

histogram of mutants - no constraints

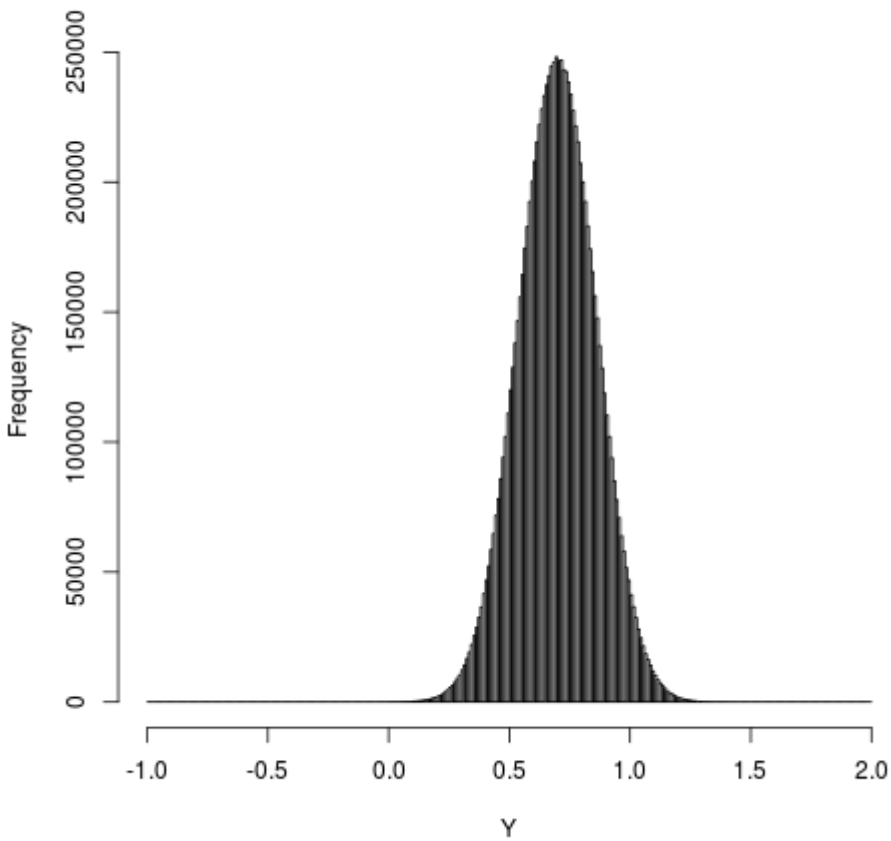


histogram of mutants - resampling

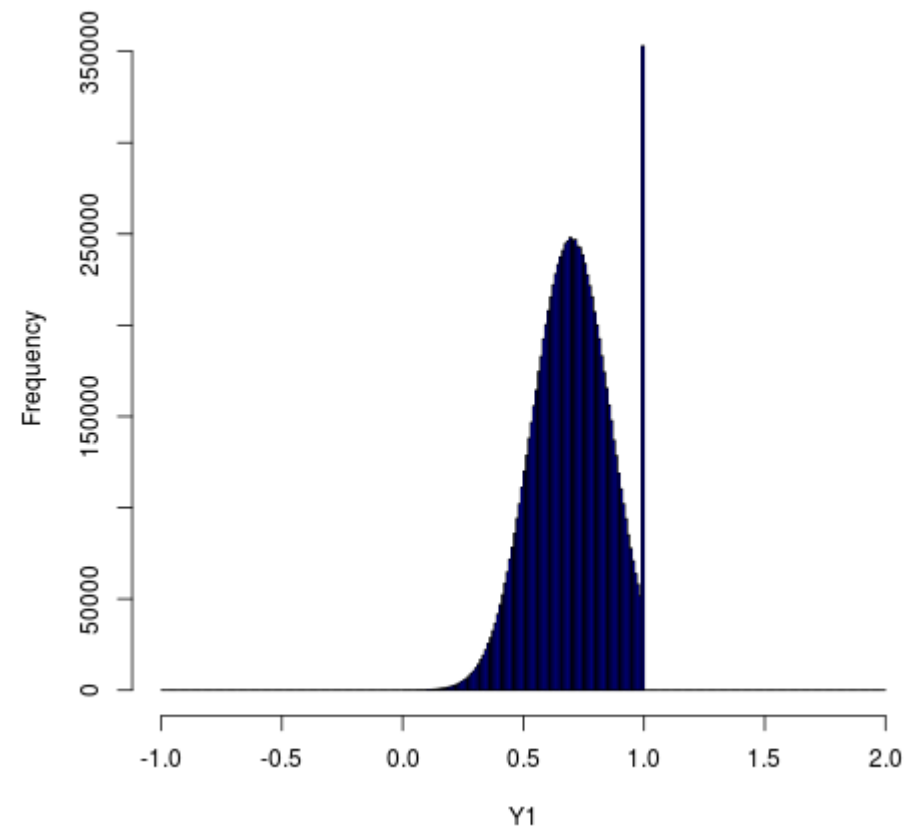


Naprawa rozwiązań

histogram of mutants - no constraints

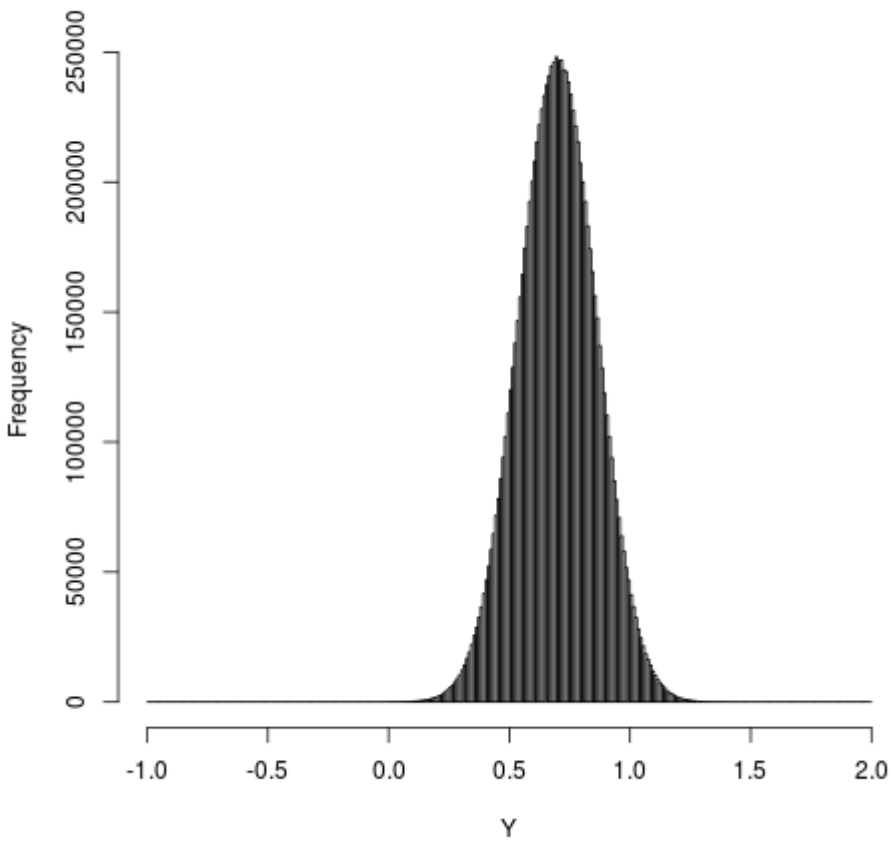


histogram of mutants - projection

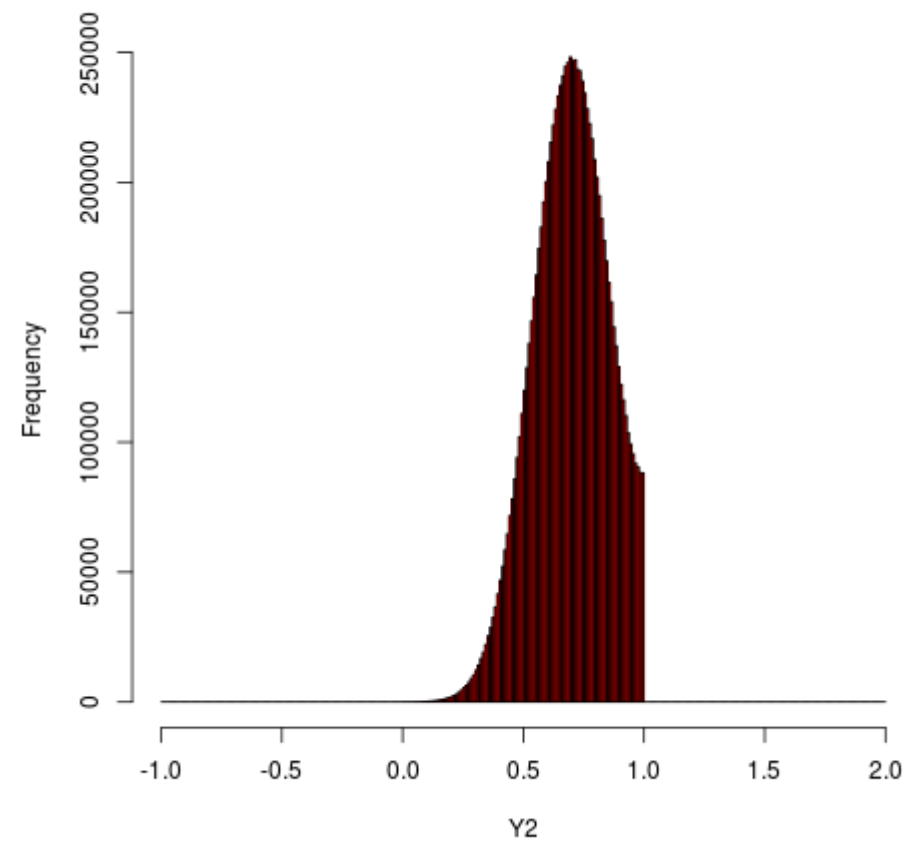


Naprawa rozwiązań

histogram of mutants - no constraints

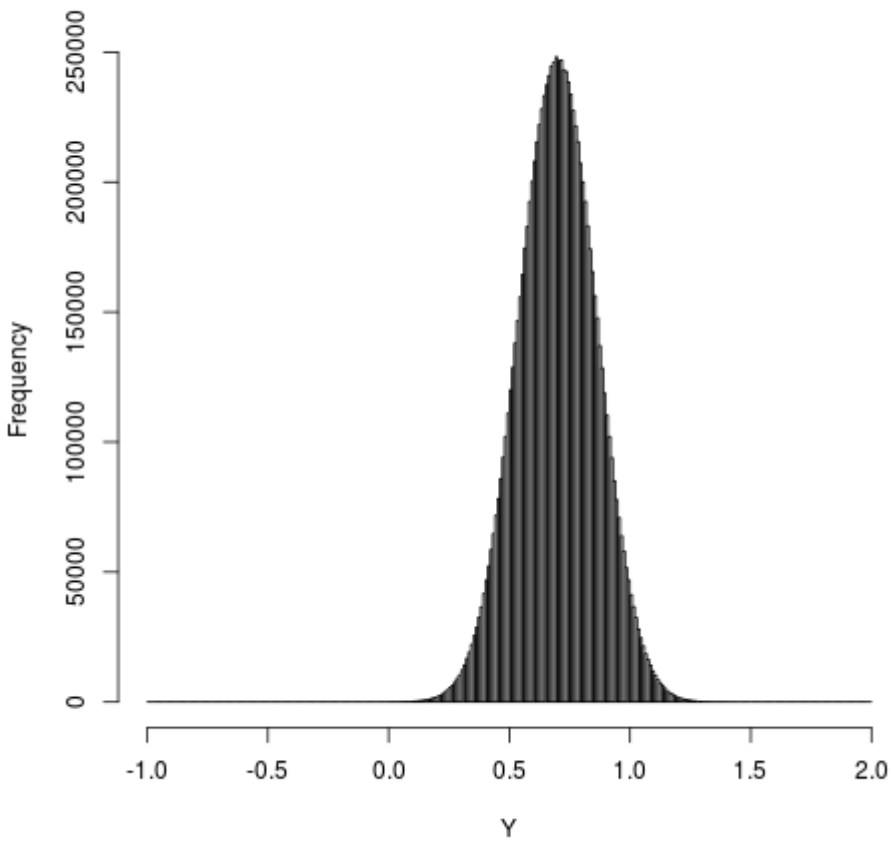


histogram of mutants - reflection

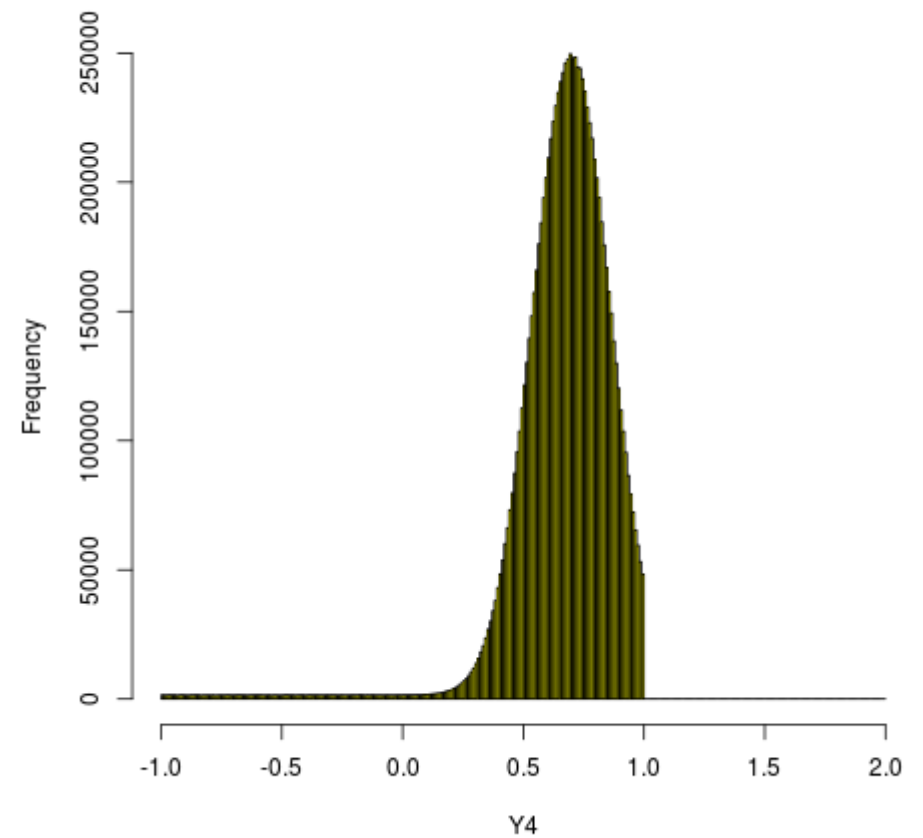


Naprawa rozwiązań

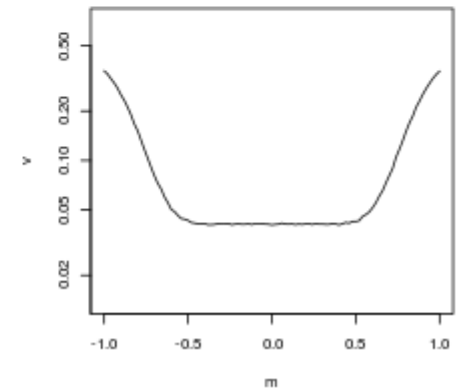
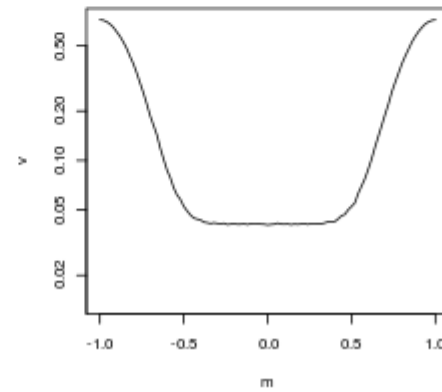
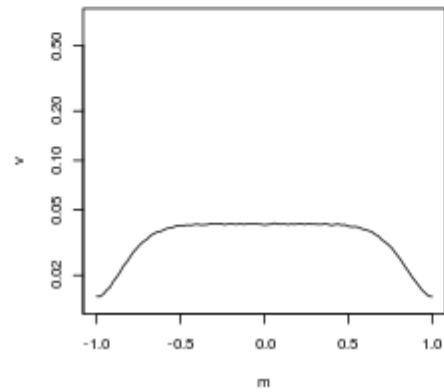
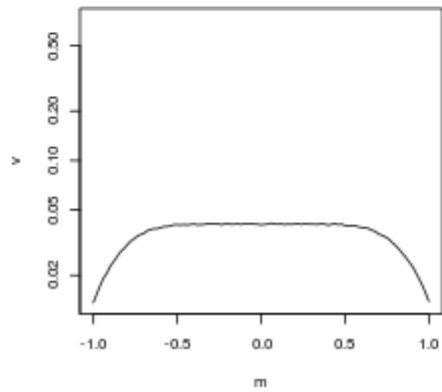
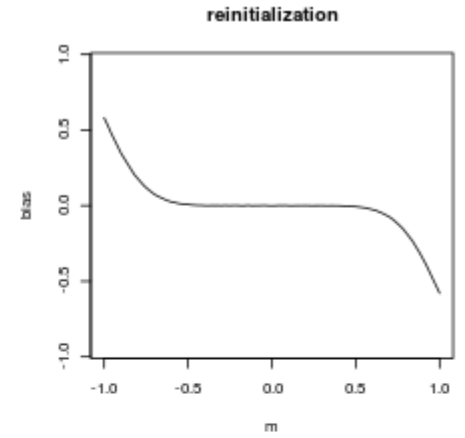
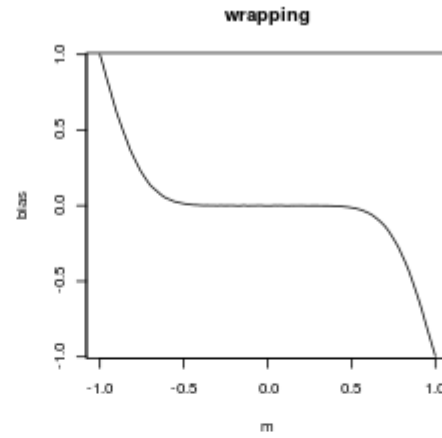
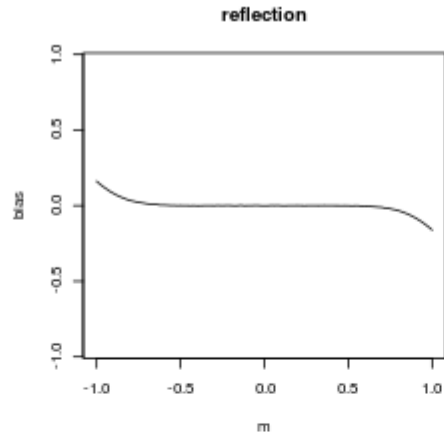
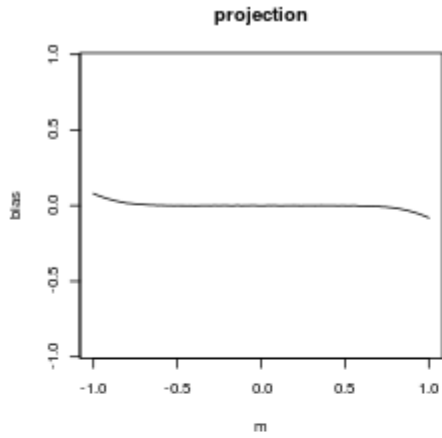
histogram of mutants - no constraints



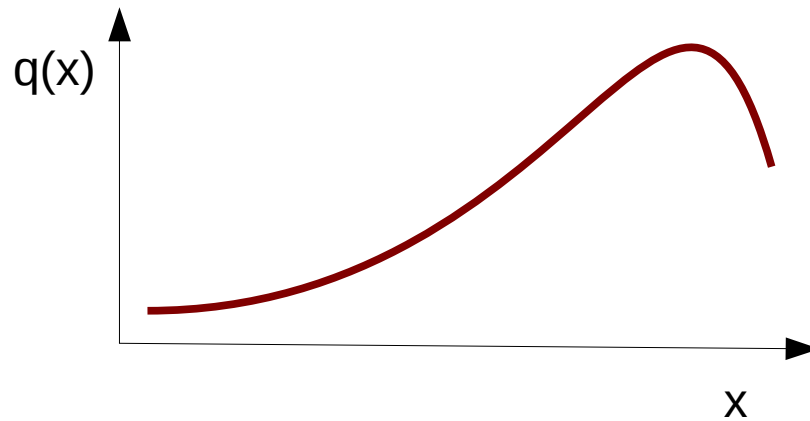
histogram of mutants - reinitialization



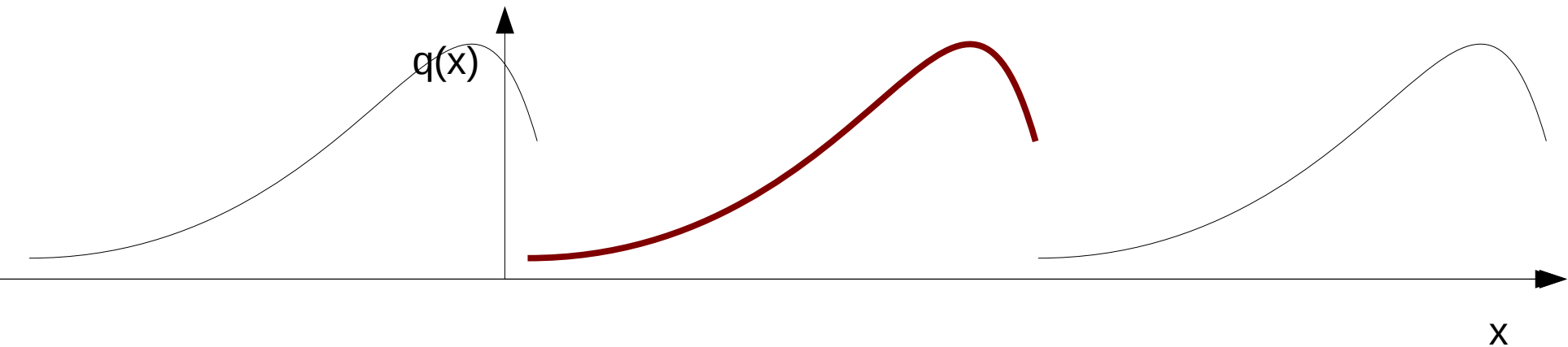
Naprawa rozwiązań - obciążenia



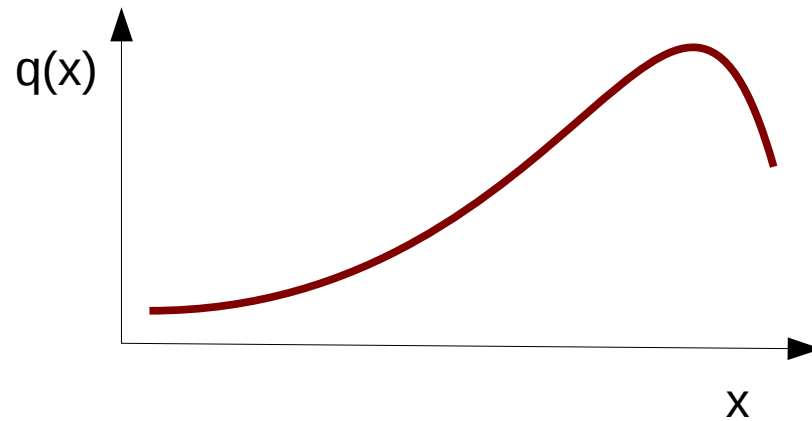
Modyfikacja funkcji celu rozszerzenie definicji



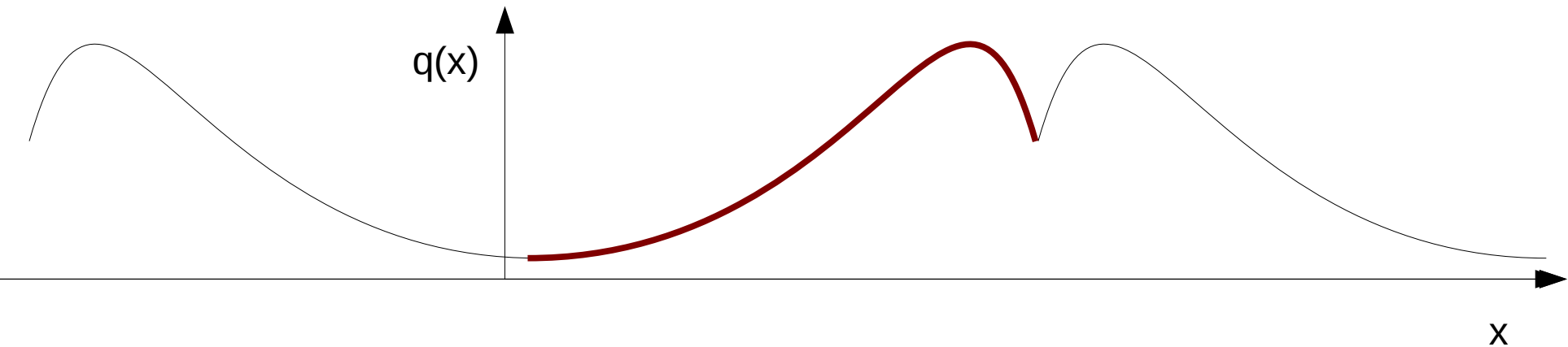
$$q(x) = q(t(x))$$



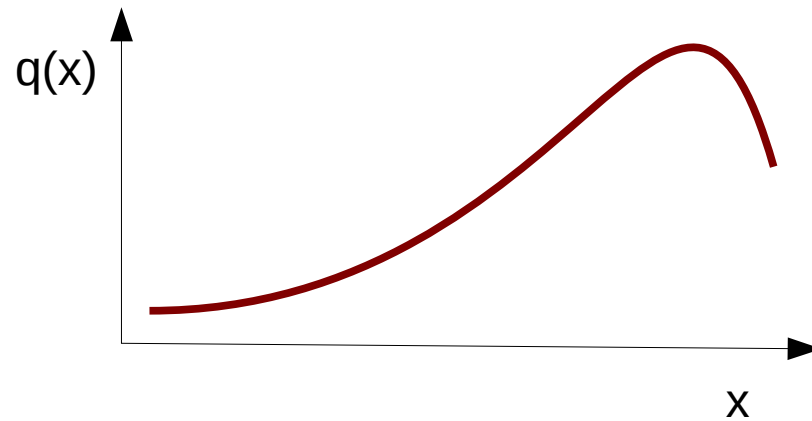
Modyfikacja funkcji celu rozszerzenie definicji



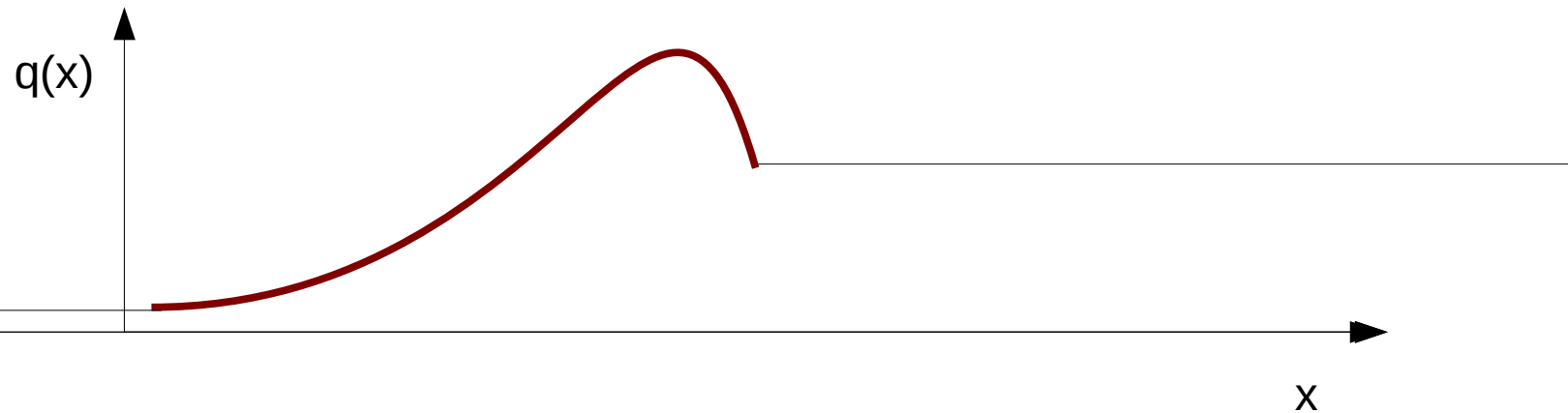
$$q(x) = q(t(x))$$



Modyfikacja funkcji celu rozszerzenie definicji

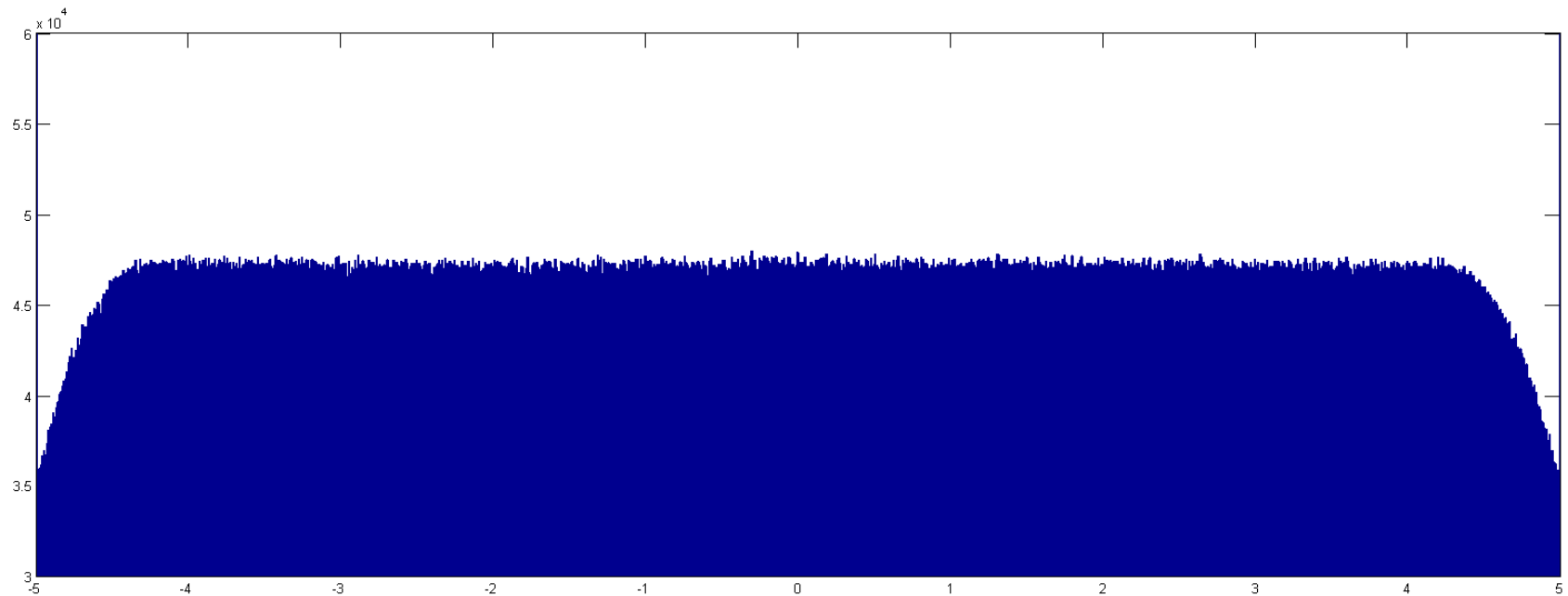


$$q(x) = q(t(x))$$



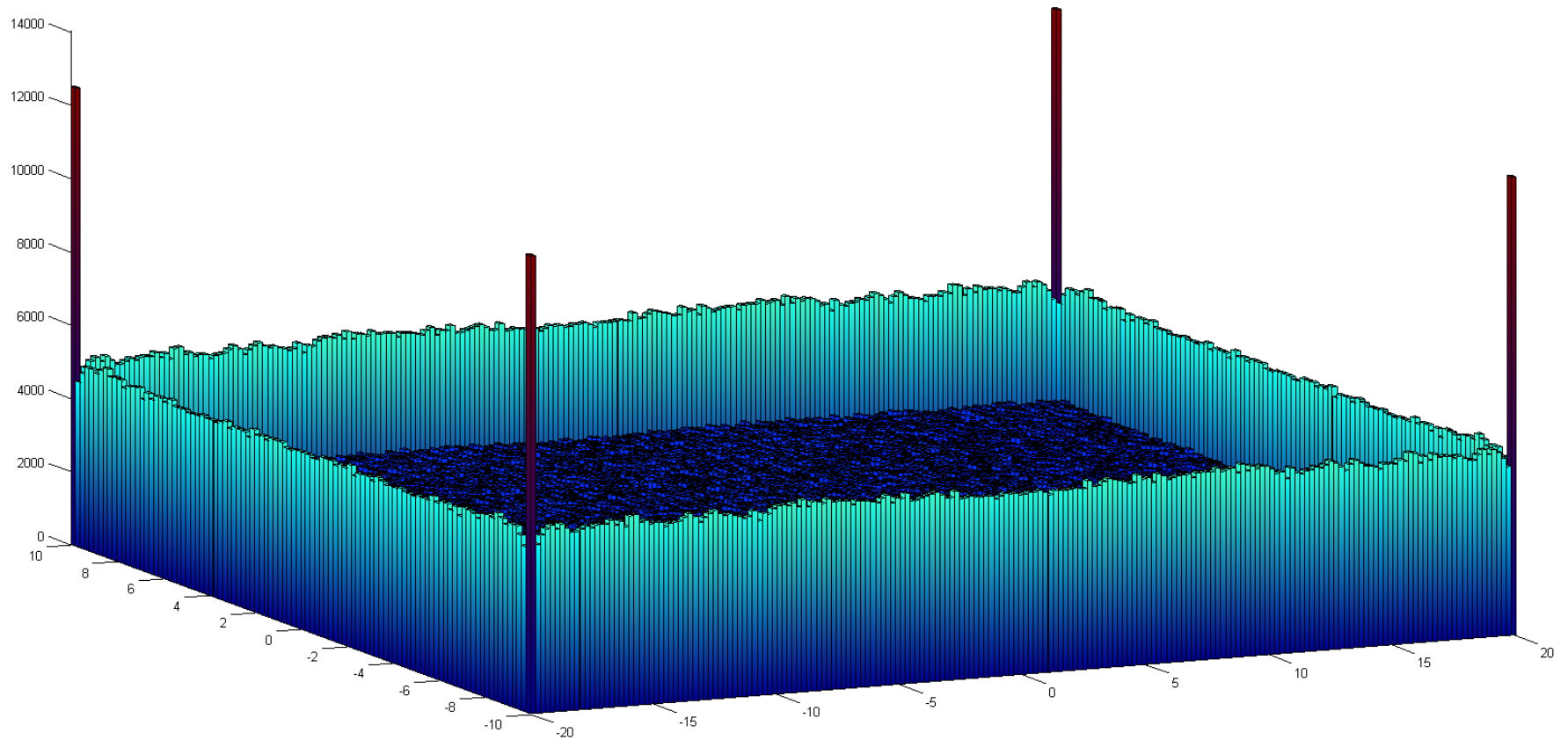
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



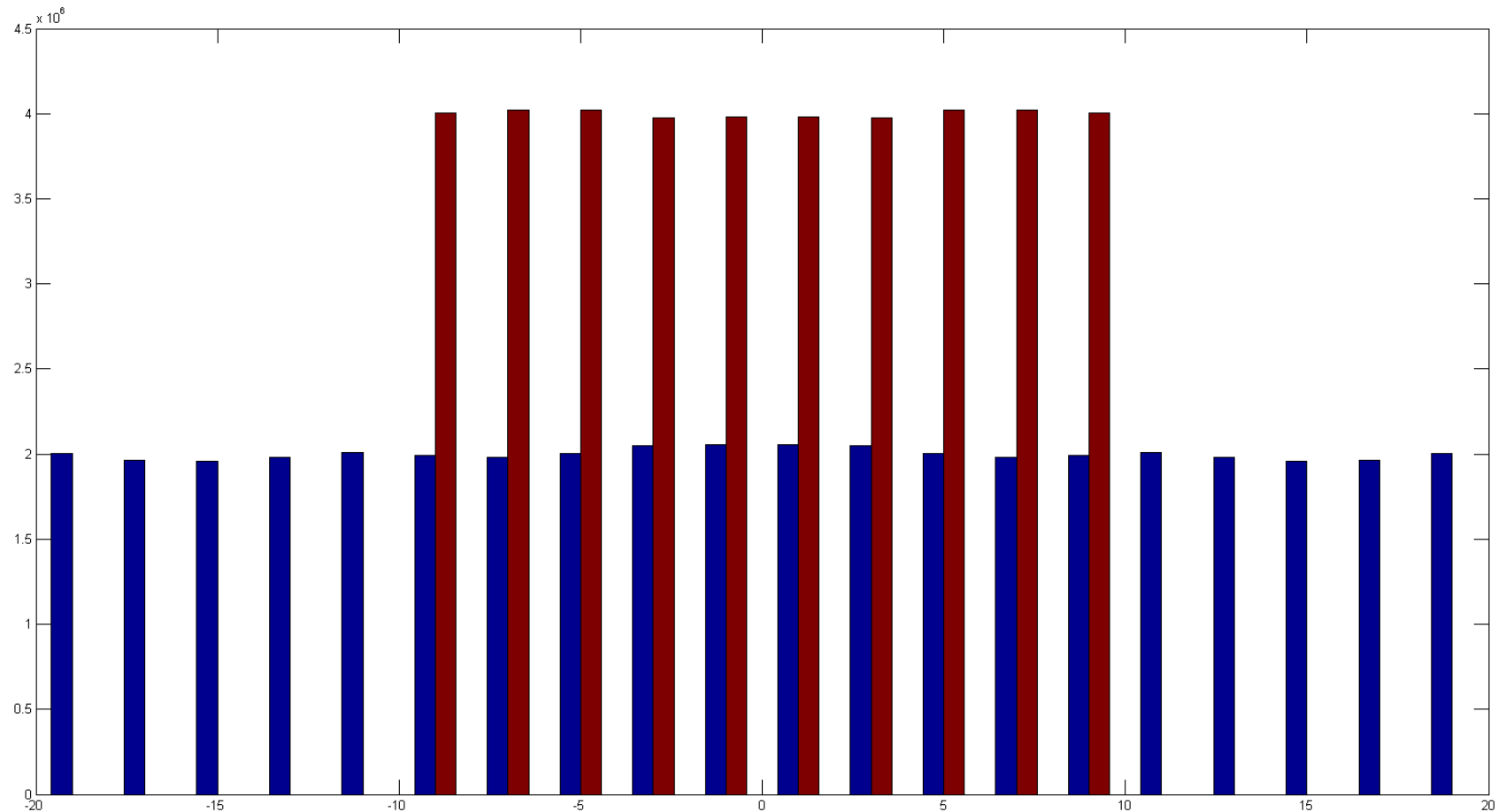
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



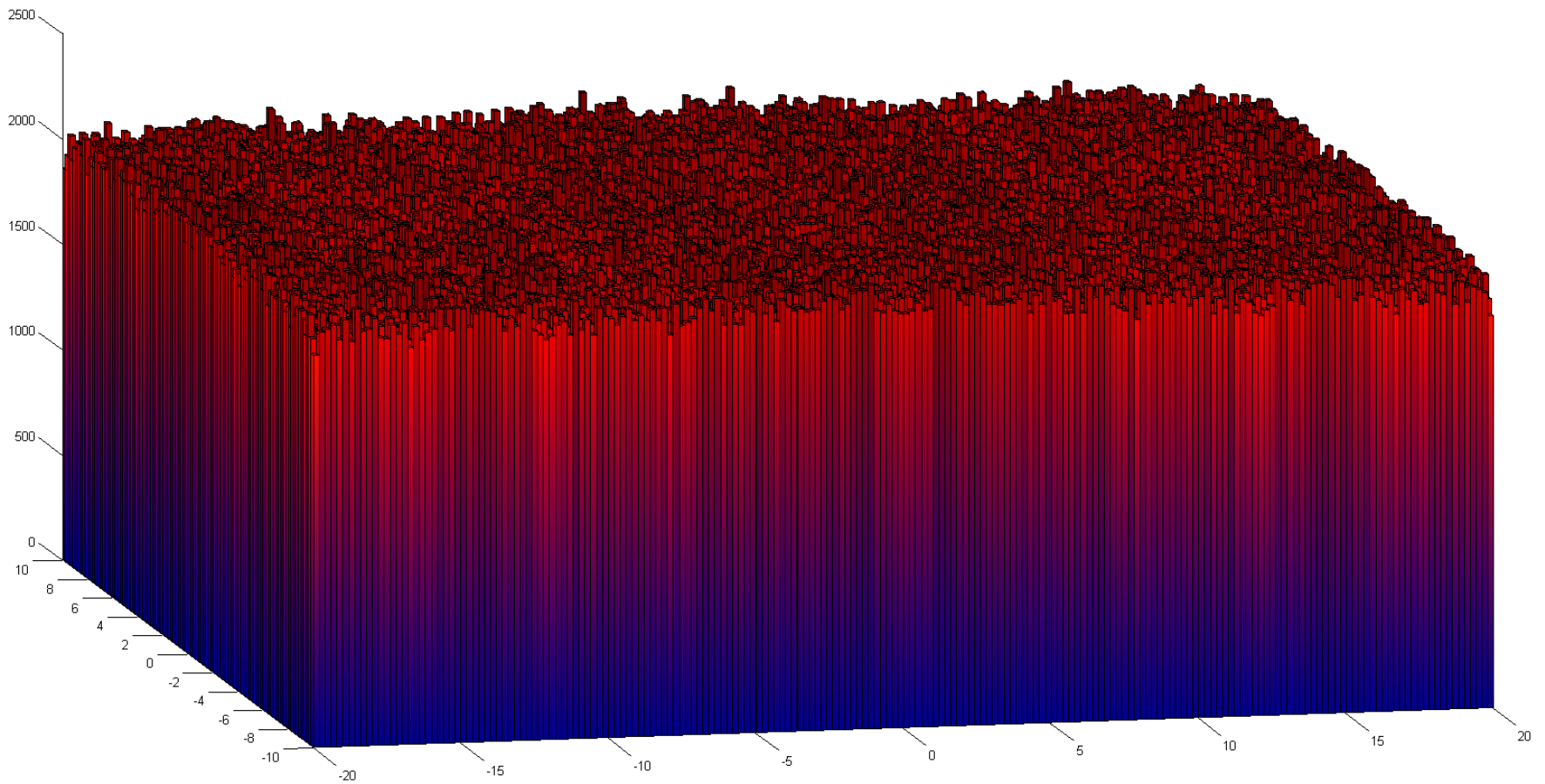
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



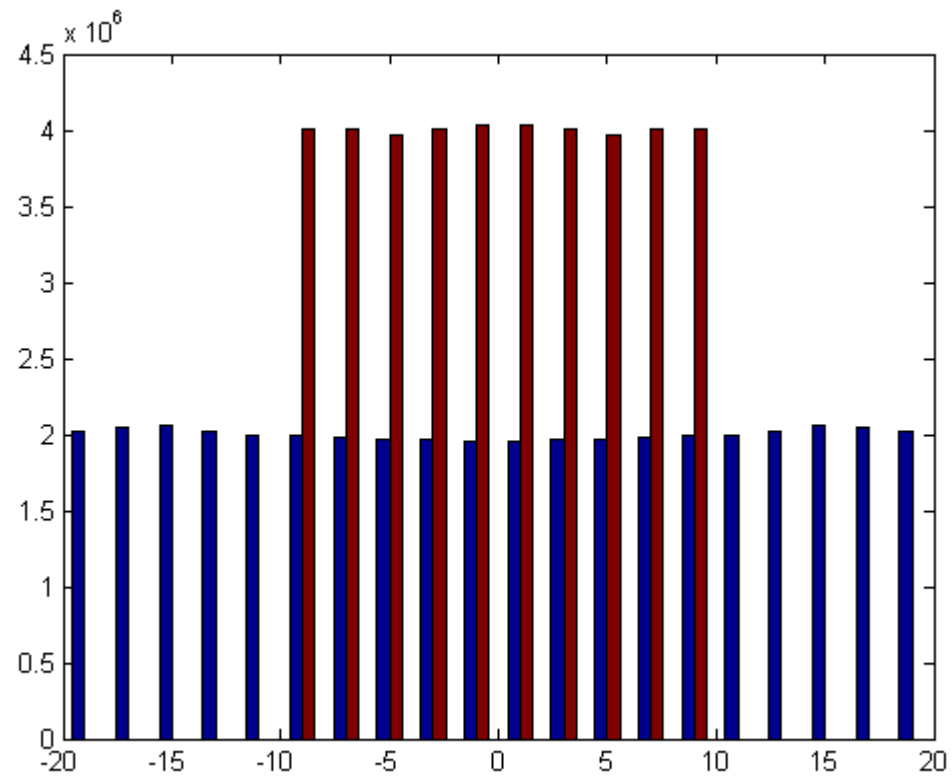
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



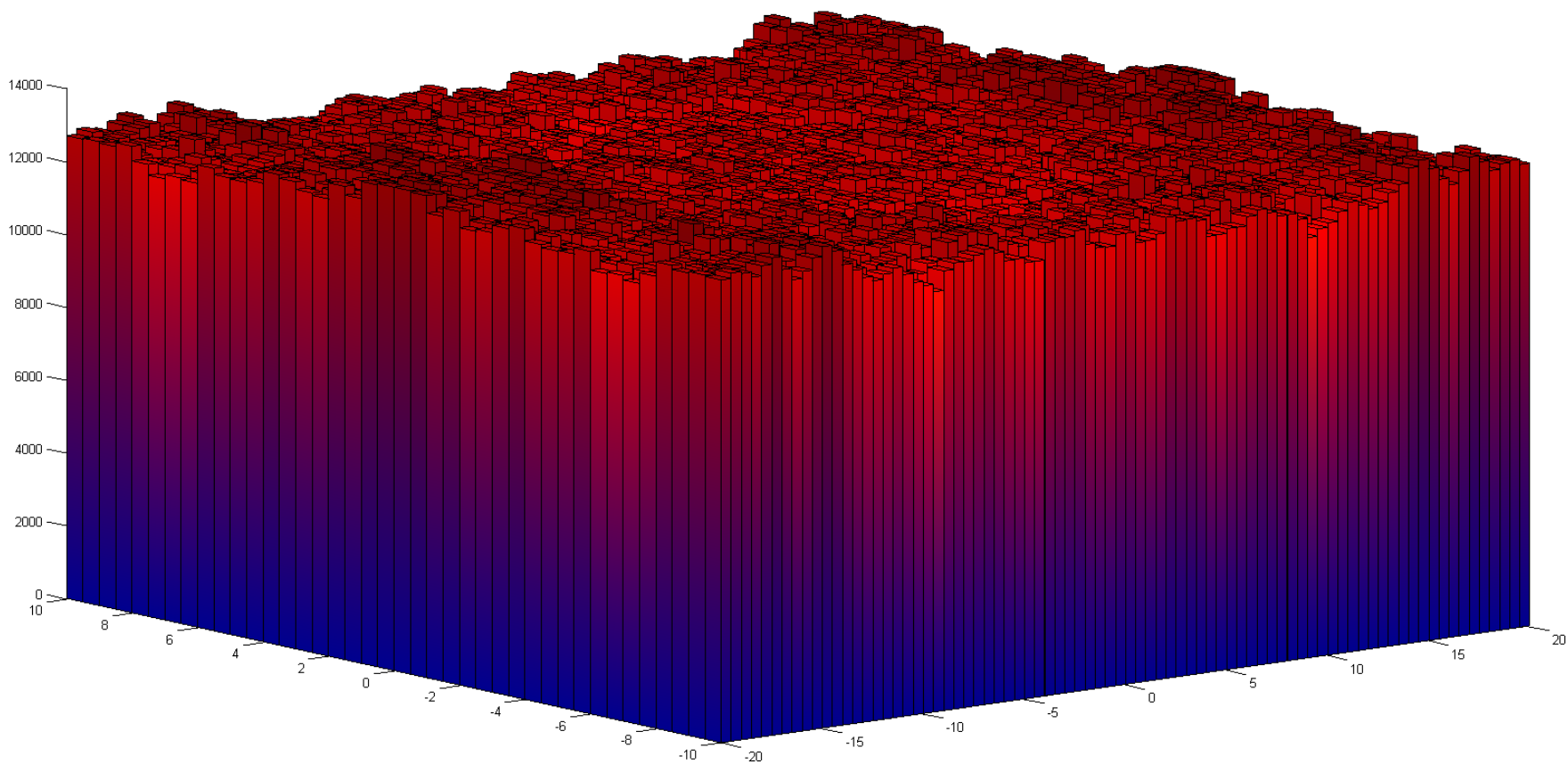
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



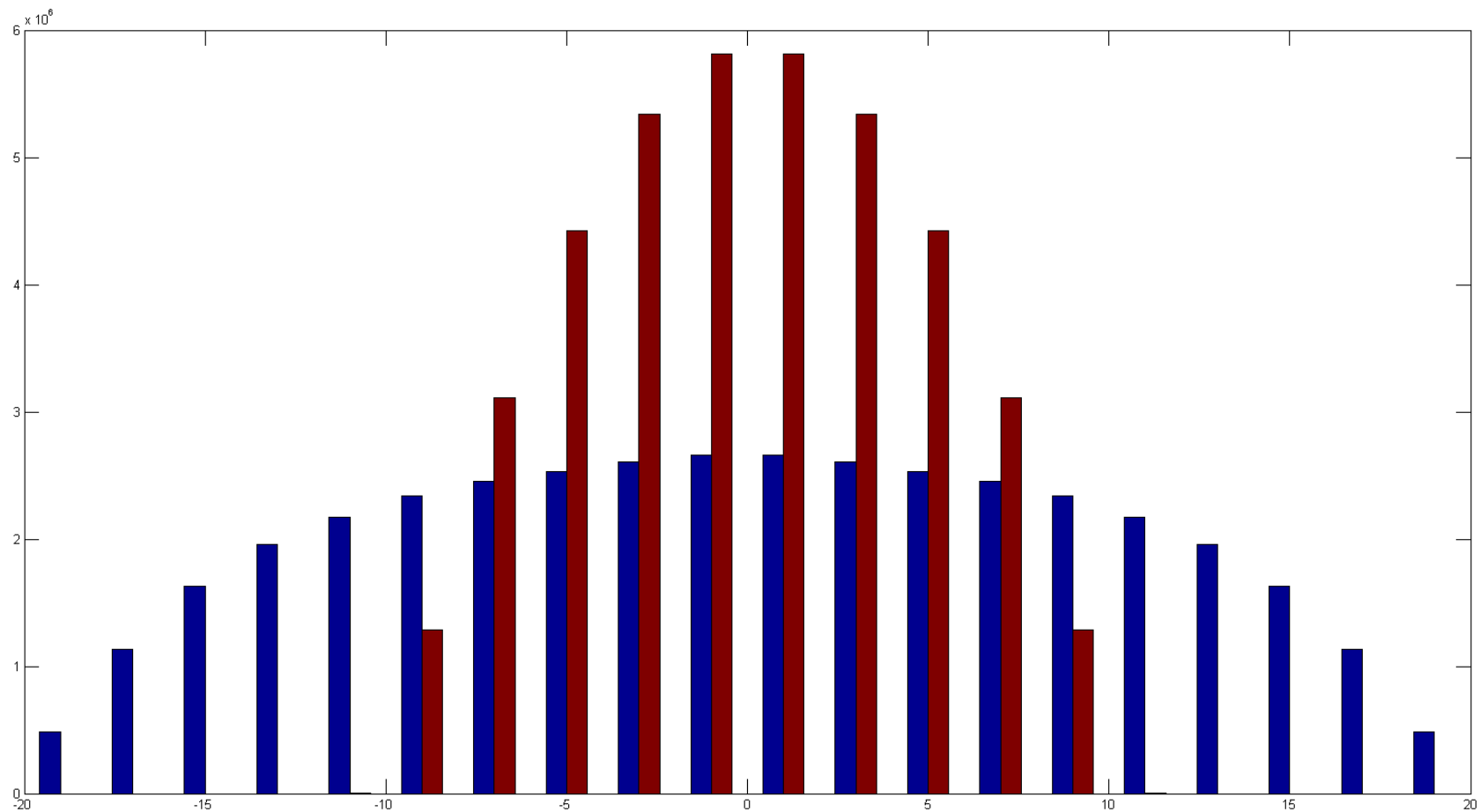
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



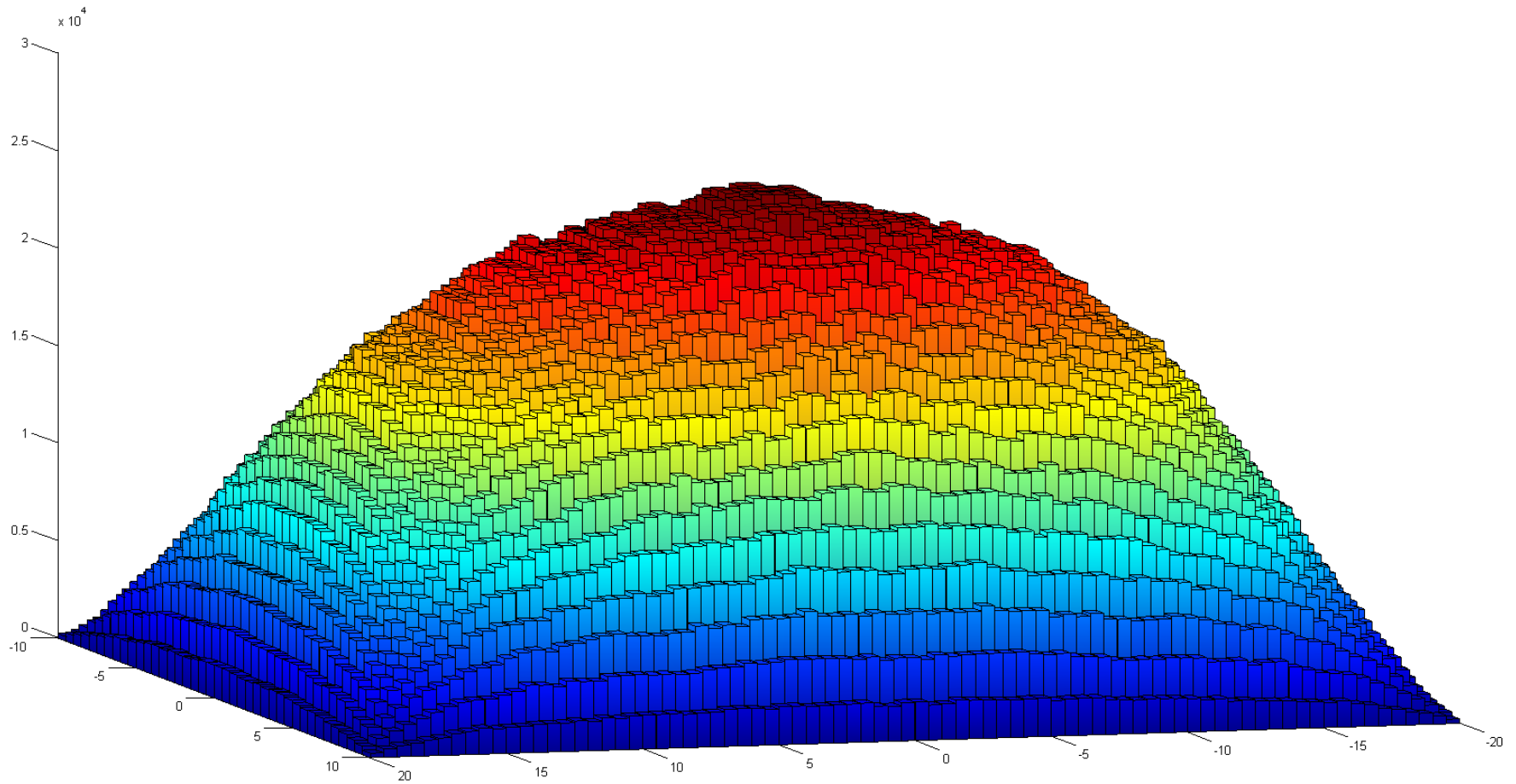
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



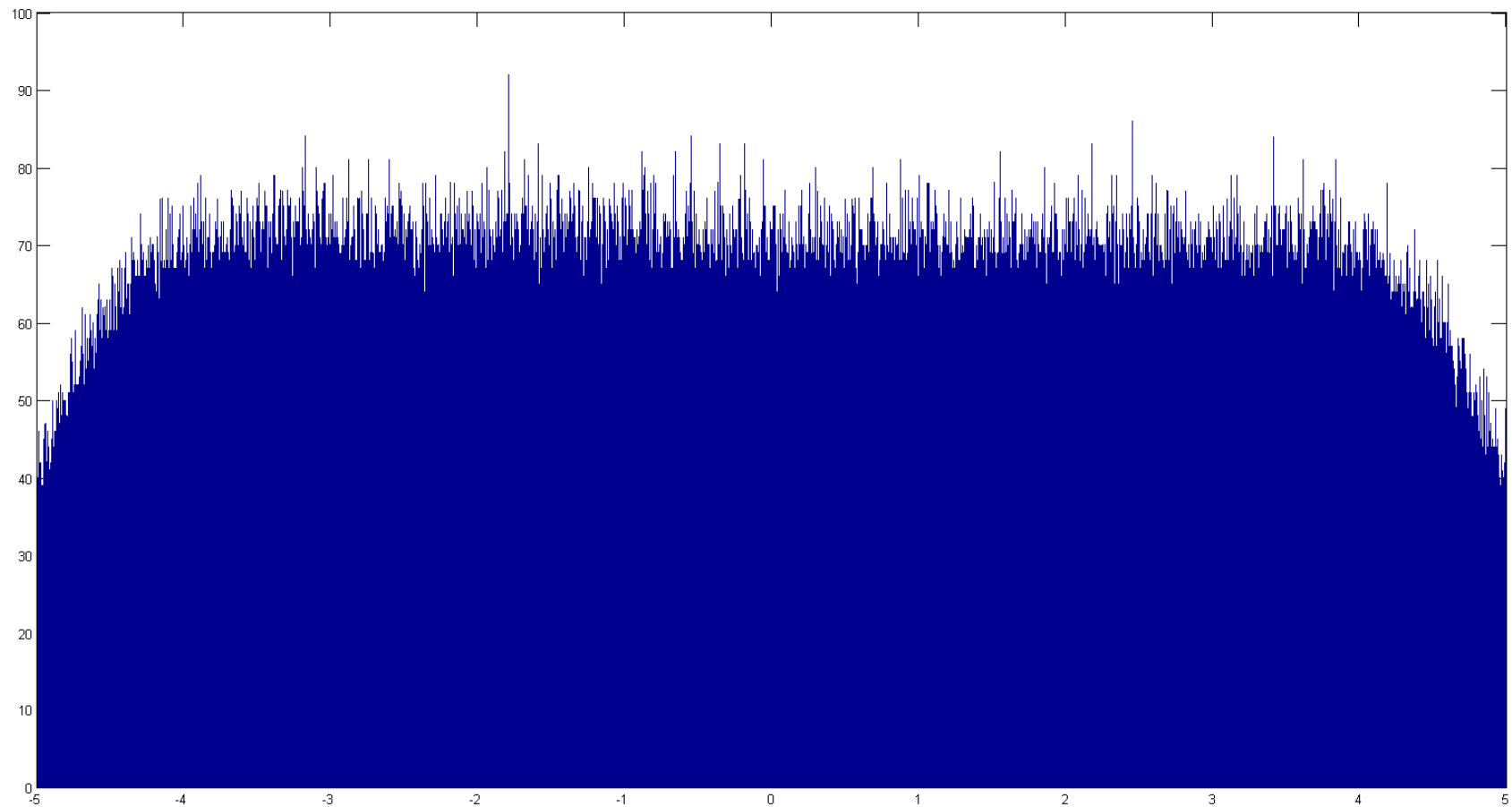
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



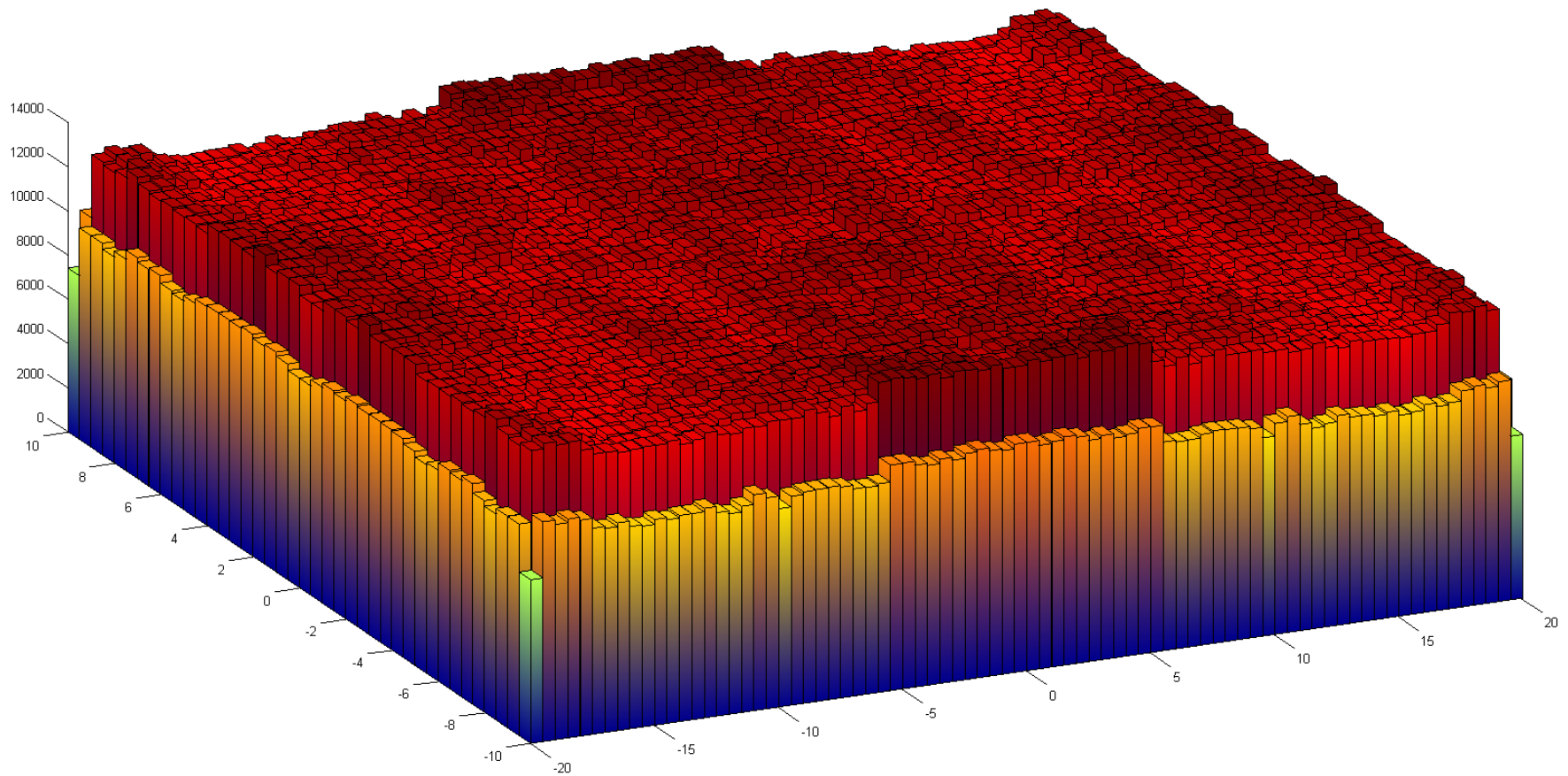
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała



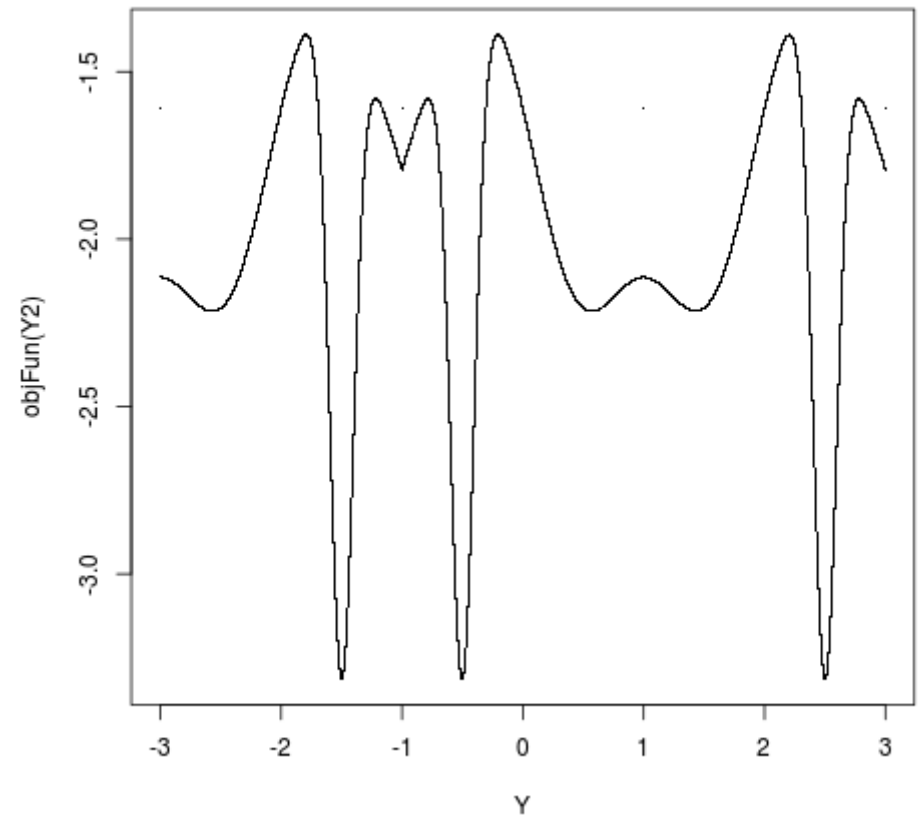
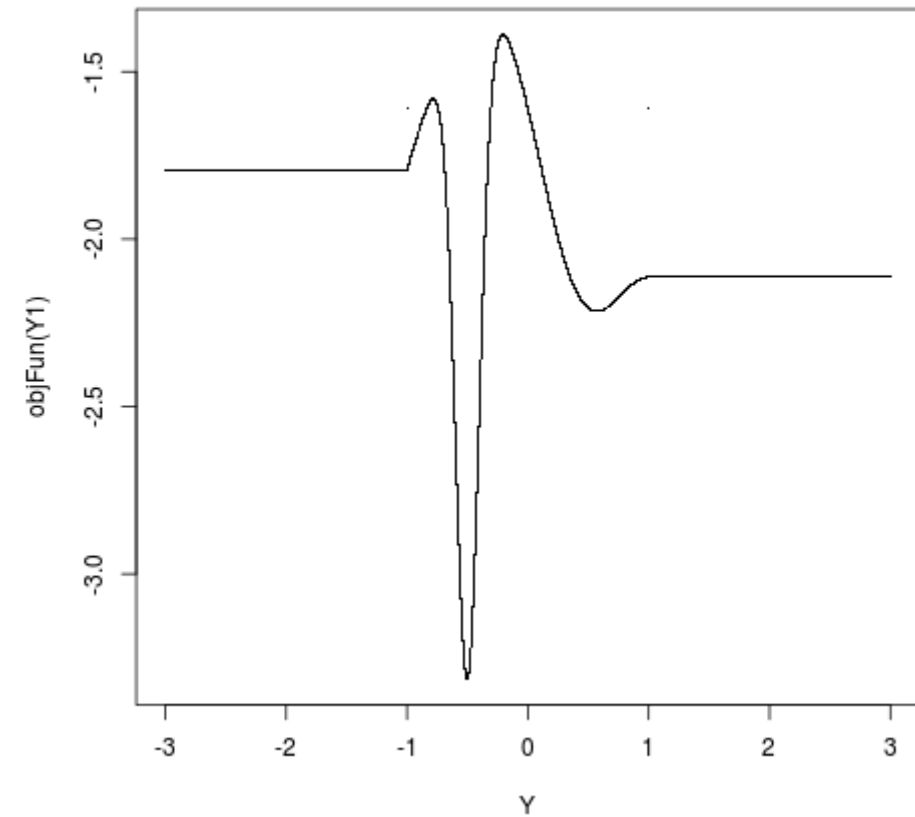
Ewolucja lamarkowska

funkcja celu stała

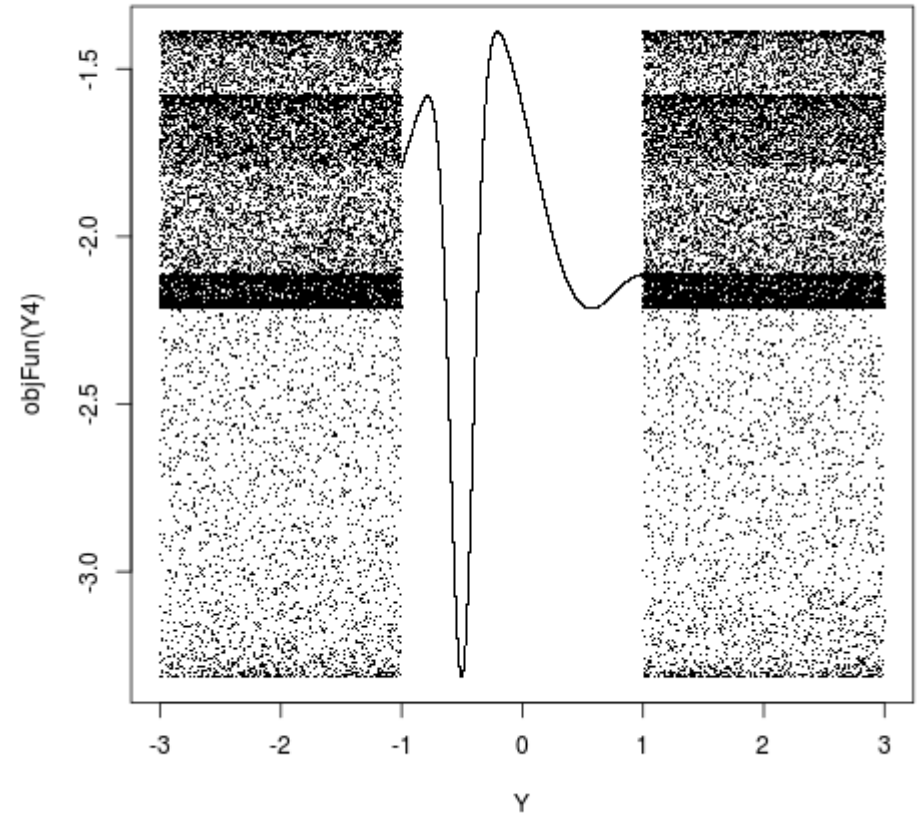
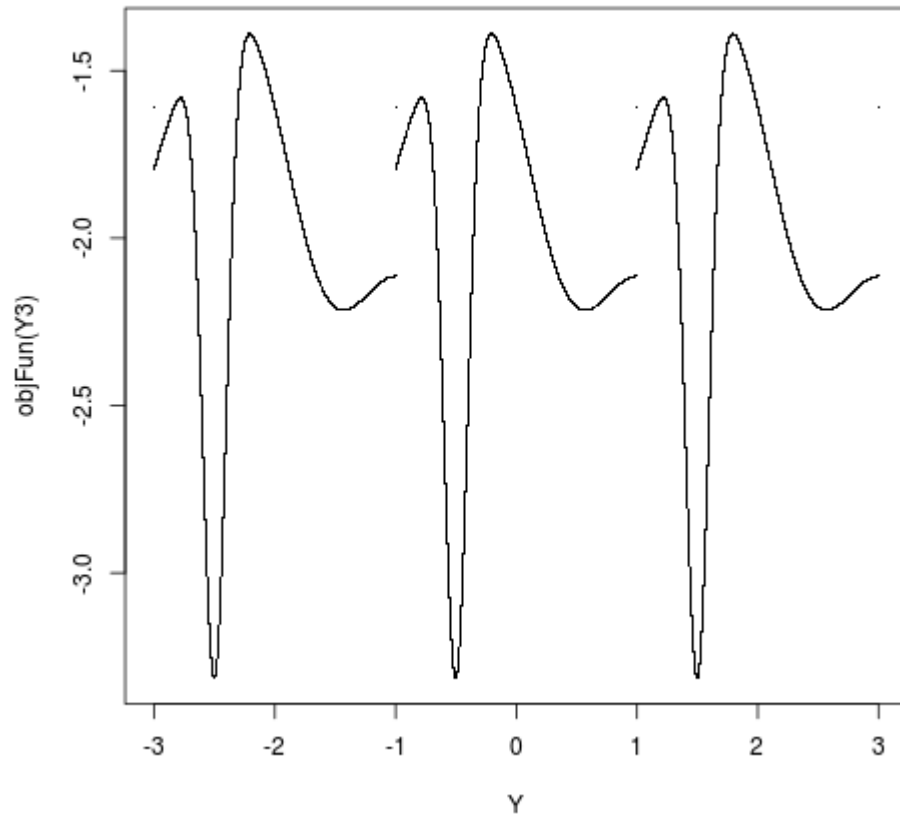


Ewolucja darwinowska

$$q(x) = q(t(x))$$



Ewolucja darwinowska



DE/rand/1/bin i naprawa lamarkizm vs. darwinizm

algorithm DE/rand/1/bin with constraints

$P^0 \leftarrow (\mathbf{l}, \mathbf{u})$

repeat until stop condition met

for i **in** $1..\mu$

$x \leftarrow$ select randomly from P^t

mutation:

$y, z \leftarrow$ select randomly from P^t

$v \leftarrow x + F \cdot (y - z)$

if v is feasible **then** $w \leftarrow v$

else $w \leftarrow$ repair (v, x, P^t)

$y \leftarrow$ binary crossover (P_i^t, w)

$P_i^{t+1} \leftarrow$ select best from (P_i^t, y)

end for

$t \leftarrow t + 1$

end repeat

**Experimental Comparison of Methods to Handle
Boundary Constraints in Differential Evolution**

Jarosław Arabas, Adam Szczepankiewicz, Tomasz Wroniak
Warsaw University of Technology, Poland

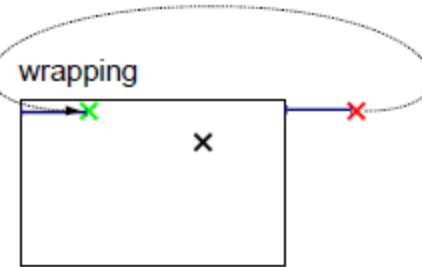
DE/rand/1/bin i naprawa lamarkizm vs. darwinizm

Possible repairing methods

resampling



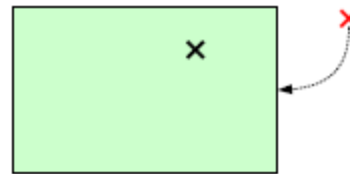
mutation repeats until a feasible point is obtained



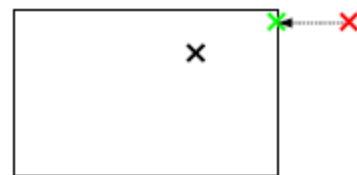
reflection



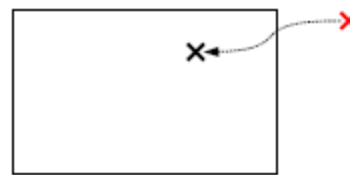
reinitialization






projection



conservative



 feasible area  before mutation  after mutation  after repairing

		resampling	reflection	projection	wrapping	reinitialize	conservative	% repaired
f1 sphere	mean	1.53E+001	6.30E+001	6.82E+001	3.00E+002	3.63E+002	7.07E+002	50
	std	7.12E+000	2.06E+001	2.61E+001	9.75E+001	1.01E+002	1.98E+002	
f2 Schwefel 1.2	mean	1.57E+001	2.06E+002	1.61E+002	5.49E+002	6.37E+002	1.23E+003	60.7
	std	6.65E+000	5.59E+001	7.11E+001	1.70E+002	2.29E+002	6.20E+002	
f3 high conditioned elliptic	mean	5.97E+003	6.04E+005	4.96E+005	1.48E+006	1.53E+006	3.93E+006	76.8
	std	2.68E+003	1.78E+005	1.93E+005	4.96E+005	4.44E+005	1.75E+006	
f4 Schwefel 1.2+noise	mean	7.61E+001	7.09E+002	5.57E+002	1.65E+003	1.97E+003	4.18E+003	67.3
	std	3.98E+001	2.33E+002	1.93E+002	5.30E+002	5.87E+002	2.54E+003	
f5 Schwefel 1.2, opt. on bounds	mean	9.09E+002	4.43E+003	3.93E+003	8.13E+003	9.80E+003	1.17E+004	88.1
	std	4.99E+002	5.49E+002	8.23E+002	9.92E+002	1.37E+003	1.50E+003	
f6 Rosenbrock	mean	1.16E+004	3.97E+004	5.14E+004	7.66E+005	1.67E+006	3.90E+006	51.4
	std	9.02E+003	2.41E+004	3.26E+004	5.11E+005	1.11E+006	2.38E+006	
f8 Ackley	mean	2.11E+001	2.10E+001	2.10E+001	2.09E+001	2.10E+001	2.11E+001	46.3
	std	2.26E-001	4.26E-002	5.22E-002	1.08E-001	5.22E-002	2.18E-001	
f9 Rastrigin	mean	8.97E+001	1.30E+002	1.16E+002	1.59E+002	1.68E+002	1.84E+002	67.3
	std	1.14E+001	4.19E+001	3.36E+001	2.91E+001	3.35E+001	2.94E+001	
f10 Rastrigin rotated	mean	9.91E+001	1.48E+002	1.41E+002	1.98E+002	2.17E+002	2.41E+002	70.5
	std	4.24E+001	3.52E+001	2.58E+001	3.02E+001	1.76E+001	1.60E+001	
f11 Weierstrass rotated	mean	2.20E+001	3.74E+001	3.98E+001	3.87E+001	3.72E+001	2.56E+001	54.2
	std	5.89E+000	5.29E+000	2.73E+000	3.72E+000	5.59E+000	2.50E+000	
f12 Schwefel 2.13	mean	1.02E+004	4.79E+004	1.00E+005	8.85E+004	6.34E+004	7.65E+004	65.7
	std	6.64E+003	2.12E+004	4.45E+004	2.96E+004	2.58E+004	3.00E+004	
f13 Griewank+Rosenbrock	mean	1.57E+001	1.82E+001	1.85E+001	1.77E+001	1.80E+001	1.92E+001	30
	std	1.94E+000	1.31E+000	1.07E+000	1.41E+000	1.61E+000	1.44E+000	
f14 expanded Shaffer	mean	1.31E+001	1.34E+001	1.35E+001	1.36E+001	1.36E+001	1.31E+001	55.9
	std	9.91E-001	4.19E-001	2.46E-001	2.37E-001	2.07E-001	6.40E-001	
f15 composition #1	mean	4.30E+002	4.50E+002	4.48E+002	4.87E+002	4.84E+002	5.11E+002	60.9
	std	3.56E+001	2.06E+001	2.59E+001	1.94E+001	4.42E+000	3.22E+001	
f16 rotated composition #1	mean	1.36E+002	1.70E+002	1.65E+002	2.46E+002	2.60E+002	3.01E+002	76.3
	std	2.83E+001	3.76E+001	3.13E+001	1.95E+001	1.99E+001	4.05E+001	
f17 f16 with noise	mean	1.89E+002	2.56E+002	2.47E+002	2.97E+002	2.99E+002	3.36E+002	85.8
	std	5.95E+001	2.59E+001	1.87E+001	2.10E+001	1.92E+001	5.34E+001	
f18 composition #2	mean	8.61E+002	9.33E+002	9.22E+002	9.62E+002	9.68E+002	9.93E+002	90.6
	std	5.34E+001	3.76E+000	4.52E+000	1.70E+001	2.75E+001	2.80E+001	
f19	mean	8.44E+002	9.33E+002	9.22E+002	9.49E+002	9.63E+002	9.95E+002	89.9

DE/rand/1/bin i naprawa lamarkizm vs. darwinizm

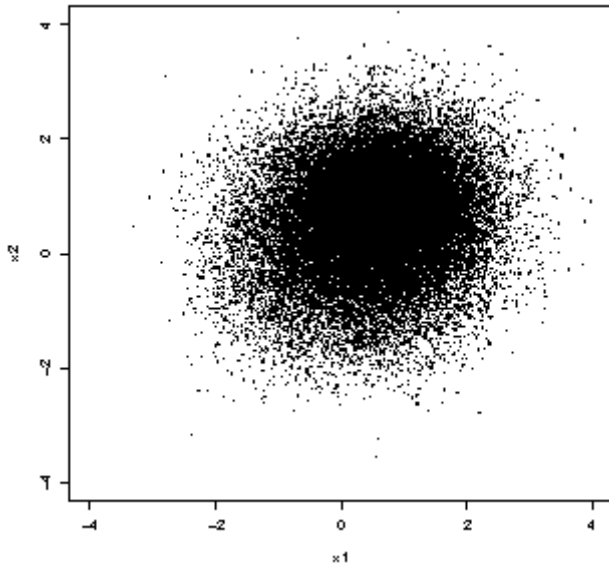
algorithm	Function number																							
	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
"standard" DE/rand/1/bin	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+	.	-	.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	
DE/rand/1/bin, higher selection pressure	-	+	+	+	+	-	.	-	-	.	-	-	.	-	+	-	.	.	+	+	-	+	-	
Steady-state, (multi)parent centric x-over, sex.diff.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	.	.	-	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+	-	
Steady-state, local search, lamarkian evolution	-	-	+	-	+	-	-	-	.	+	-	-	-	-	+	+	.	+	+	-	-	+	-	
Steady-state, parent centric x-over	-	-	+	-	+	-	-	-	-	-	.	-	.	-	-	-	+	+	+	-	-	.	-	
Steady-state, paret centric x-over, subpopulations	-	-	-	+	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	-	.	-	.	.	+	+	+	-	
Coevol. of Gaussian mut. steps and solutions	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	.	.	+	+	+	+	+	+	+	+	-	
EDA, unimodal Gaussian distr., trunc sel.	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	.	-	+	-	
Restart CMA-ES, incr.pop.size	-	-	-	.	-	-	-	-	-	-	.	-	.	-	-	+	+	+	+	-	-	.	-	
Restart CMA-ES, incr.step size	-	-	-	+	-	-	-	+	+	-	.	-	+	-	-	+	+	+	+	-	-	.	-	

Results of a generalized Student's test:

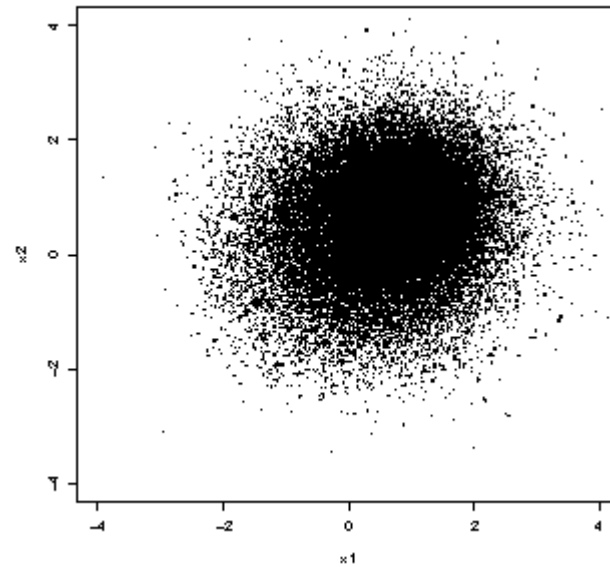
DE/rand/1/bin with resampling wins ("+") or loses ("-").

Symbol "." indicates no statistically significant difference

DE/rand/1 i funkcja kary



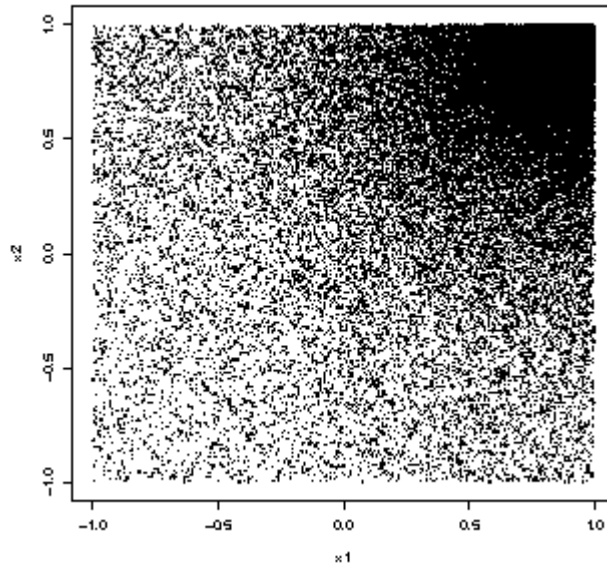
Bez ograniczeń



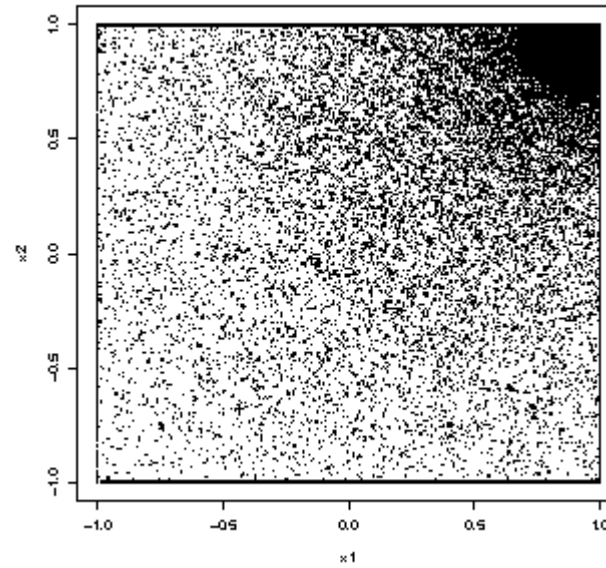
Kwadratowa f. kary

DE/rand/1 i lamarkizm

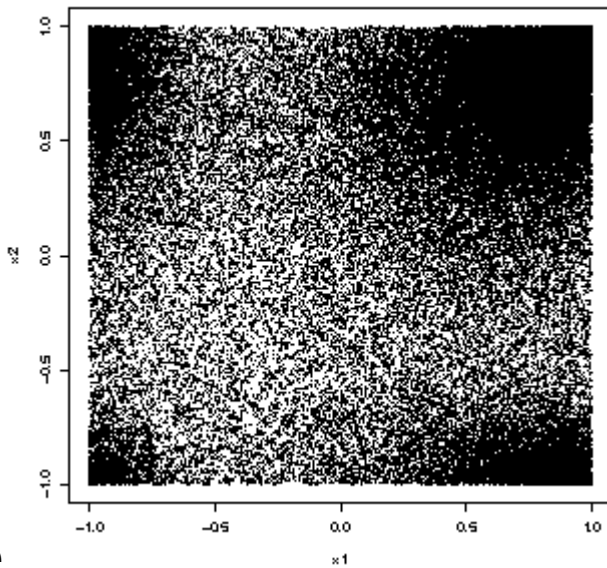
odbijanie



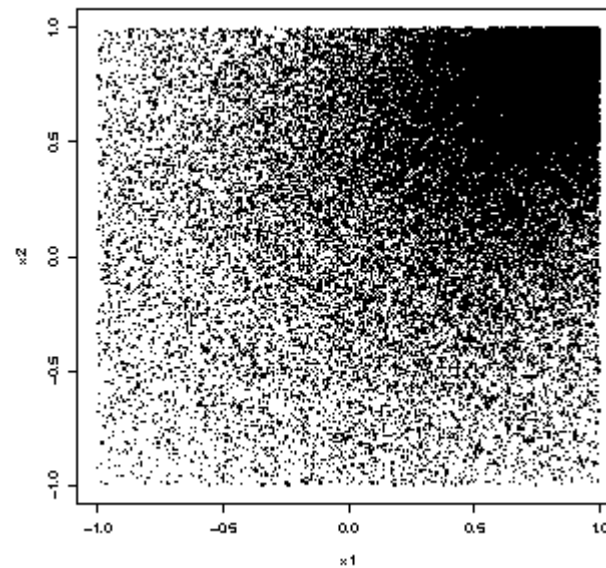
rzutowanie



zawijanie

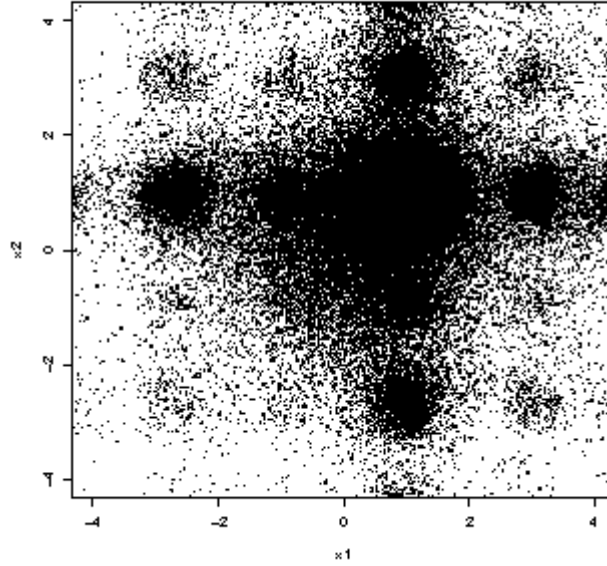


reinicjacja

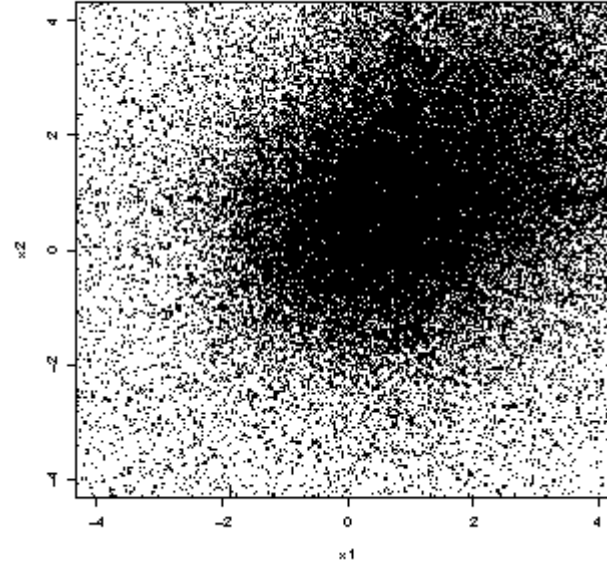


DE/rand/1 i darwinizm

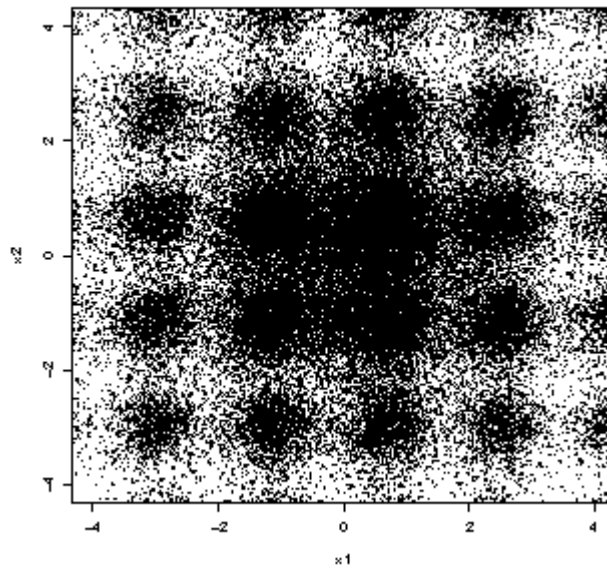
odbijanie



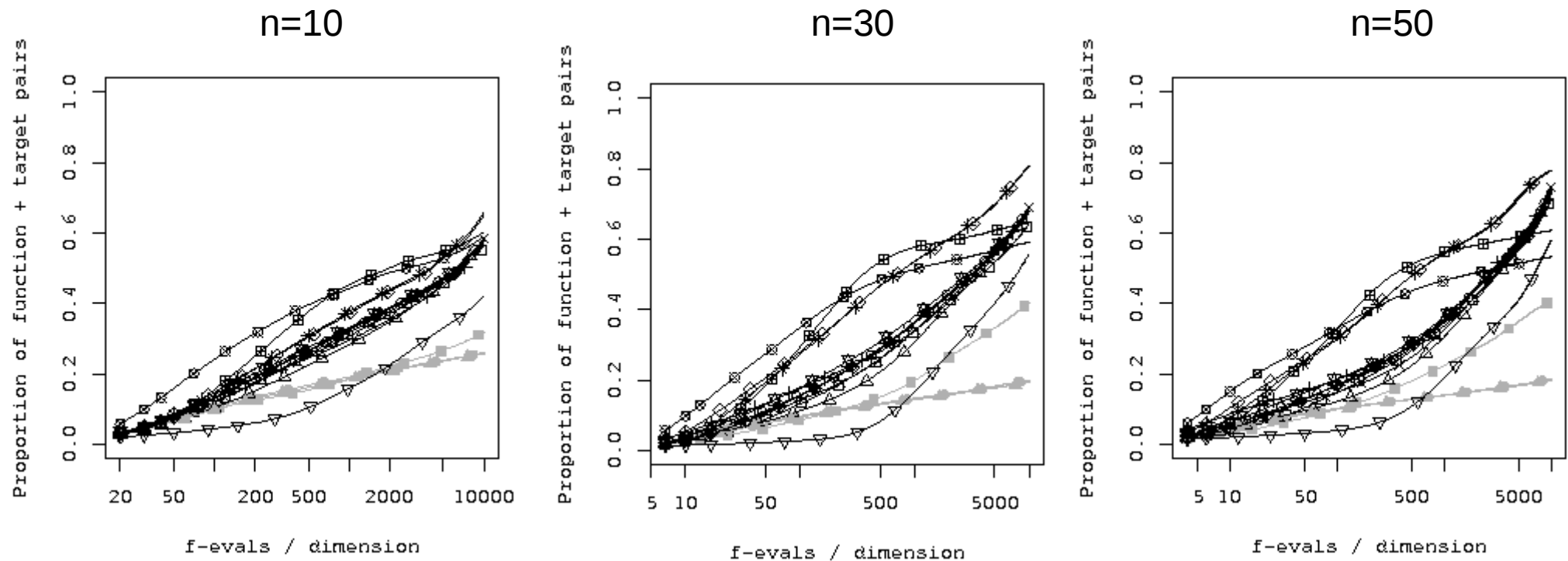
rzutowanie



zawijanie



DE/rand/1/bin i ograniczenia wyniki dla CEC2017, problemy 1-30



× Reinitialization	▲ Darwinian wrapping	◆ Rand base
□ Lamarckian projection	+ Projection to midpoint	● Midpoint base
■ Darwinian projection	◇ Death penalty	⊠ Midpoint target
○ Lamarckian reflection	▽ Additive penalty	⊞ Projection to base
● Darwinian reflection	■ Substitution penalty	■ Conservatism
△ Lamarckian wrapping	* Resampling	

DE/rand/1/bin i ograniczenia wyniki dla CEC2017, miara AUC

method	n=10	n=30	n=50	n=100
Resampling	0.51	0.68	0.67	0.71
Death penalty	0.51	0.67	0.67	0.71
Projection to base	0.53	0.61	0.58	0.54
Midpoint target	0.46	0.54	0.55	0.61
Reflection L.	0.45	0.54	0.54	0.61
Midpoint base	0.45	0.53	0.54	0.61
Rand base	0.45	0.53	0.54	0.6
Reinitialization	0.45	0.53	0.54	0.6
Projection to mid.	0.43	0.53	0.55	0.6
Wrapping L.	0.43	0.52	0.53	0.59
Conservatism	0.52	0.55	0.5	0.48
Projection L.	0.44	0.5	0.52	0.58
Additive pen.	0.3	0.38	0.39	0.43
Projection D.	0.26	0.32	0.33	0.32
Reflection D.	0.23	0.18	0.16	0.16
Wrapping D.	0.23	0.17	0.16	0.16

D. oznacza naprawę niewidoczną dla metody

L. oznacza naprawę widoczną dla metody