

ADAPTACYJNE PRZETWARZANIE SYGNAŁÓW LABORATORIUM

Ćwiczenie 3

Adaptacyjne usuwanie szumów i interferencji

1. CEL ĆWICZENIA

Usuwanie szumów i interferencji to jeden z pierwszych obszarów, można rzec klasyczny, w którym zastosowanie znalazła technika filtracji adaptacyjnej. Celem niniejszego ćwiczenia jest zapoznanie studentów z podstawowymi układami aplikacyjnymi przeznaczonymi do usuwania szumów i interferencji oraz pokazanie głównych ich właściwości.

2. ZAKRES BADAŃ

Badania eksperymentalne przewidziane do wykonania w czasie niniejszego ćwiczenia obejmują:

- implementację i zbadanie jakości działania układu do usuwania przydźwięku sieci z sygnału EKG
- badanie układu odszumiania sygnału mowy wykorzystującego filtry adaptacyjne LMS i NLMS
- badanie właściwości układów adaptacyjnych z jednym wejściem: tłumienie zakłóceń wąskopasmowych i wydzielanie linii spektralnych

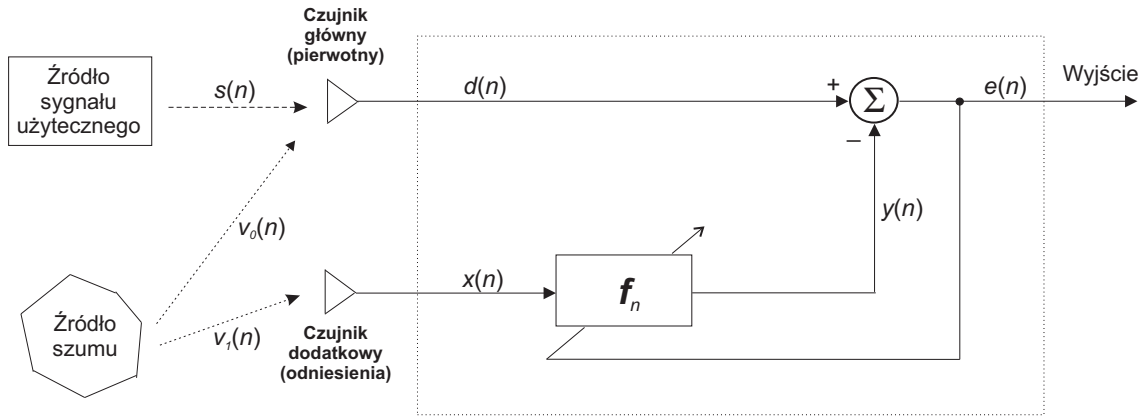
3. PODSTAWY TEORETYCZNE

3.1 Adaptacyjne usuwanie szumu

Jednym z ważniejszych zagadnień praktycznych, w których znajduje zastosowanie filtracja adaptacyjna, jest wydzielanie sygnału użytecznego z sygnału będącego sumą sygnału użytecznego i szumu zakłócającego. Nazwa szum jest tu umowna, ponieważ w rzeczywistości może to być dowolny sygnał zakłócający, np. sygnał harmoniczny. W przeciwieństwie do innych metod odszumiania, zastosowanie filtracji adaptacyjnej nie wymaga znajomości *a priori* ani charakterystyk sygnału, ani zakłócenia.

Operacja odszumiania (rys. 1) jest szczególnym przypadkiem optymalnej filtracji adaptacyjnej, w której sygnał dodatkowy (odniesienia) $x(n) = v_1(n)$, przychodzący na wejście filtru \mathbf{f}_n , jest szumem skorelowanym w nieznaną sposób ze składową szumową $v_0(n)$ sygnału pierwotnego $d(n) = s(n) + v_0(n)$:

$$E[v_0(n)v_1(n-k)] = p(k) \quad (1)$$



Rys. 1: Układ adaptacyjnego usuwania szumu

i nieskorelowany z jego składową użyteczną

$$E[s(n)v_0(n-k)] = 0. \quad (2)$$

Zasada działania filtru odszumiającego (ANC - *Adaptive Noise Canceller*) polega na adaptacyjnym przetworzeniu sygnału odniesienia $v_1(n)$ w taki sposób, aby wytworzyć możliwie wierną kopię szumu zakłócającego $v_0(n)$, docierającego do czujnika głównego, która jest następnie odejmowana od sygnału pierwotnego.

W takiej konfiguracji, sygnał błędu $e(n)$ stanowi odszumioną replikę sygnału użytecznego. Wytworzenie dokładnej estymaty szumu zakłócającego sygnał użyteczny poprzez filtrację adaptacyjną szumu odniesienia $v_1(n)$ jest tylko wtedy możliwe, gdy obydwa szумы są ze sobą skorelowane.

Z rys. 1 wynika, że sygnał błędu na wyjściu układu odszumiania ma postać:

$$e(n) = s(n) + v_0(n) - y(n). \quad (3)$$

Wartość oczekiwana kwadratu błędu:

$$E[e^2(n)] = E[s^2(n)] + E[(v_0(n) - y(n))^2] + 2E[s(n)(v_0(n) - y(n))] \quad (4)$$

Z założenia (2) sygnał użyteczny $s(n)$ jest nieskorelowany z sygnałami zakłócającymi $v_0(n)$ i $v_1(n)$, a więc także z sygnałem $y(n)$. Ostatni składnik jest zatem równy 0. Stąd:

$$E[e^2(n)] = E[s^2(n)] + E[(v_0(n) - y(n))^2]. \quad (5)$$

Moc sygnału użytecznego jest stała i proces adaptacyjnego strojenia filtru nie ma na nią wpływu. Mamy zatem:

$$\min E[e^2(n)] = E[s^2(n)] + \min E[(v_0(n) - y(n))^2]. \quad (6)$$

Tak więc minimalizacja błędu średniokwadratowego (minimum całkowitej mocy na wyjściu układu adaptacji) jest równoważna minimalizacji mocy $E[(v_0(n) - y(n))^2]$ sygnału różnicowego $v_0(n) - y(n)$. Ponieważ zachodzi równość:

$$e(n) - s(n) = v_0(n) - y(n), \quad (7)$$

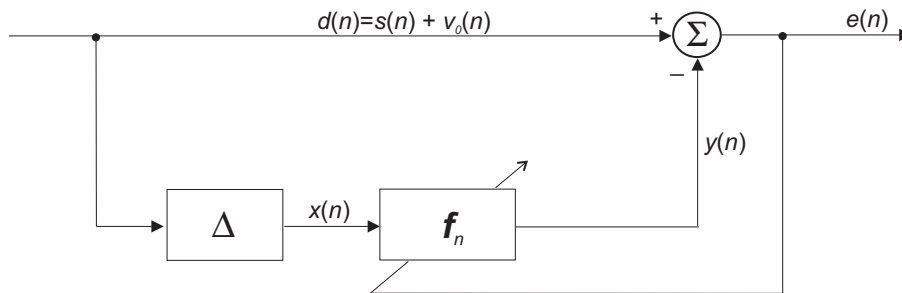
różnica $v_0(n) - y(n)$ jest składnikiem szumowym na wyjściu układu. Wynika stąd, że przy stałej mocy sygnału użytecznego, minimalizacja błędu średniokwadratowego jest równoważna maksymalizacji stosunku sygnał-szum na wyjściu układu.

Podstawowym problemem w praktycznych zastosowaniach adaptacyjnego filtra odszumiającego jest uzyskanie sygnału odniesienia spełniającego sformułowane wyżej wymagania. Rozwiązanie tego problemu zależy od konkretnego zastosowania. W przypadku usuwania szumu akustycznego, główną przyczyną nieidealnego odszumiania jest przenikanie części sygnału użytecznego w kierunku odwrotnym, tzn. do mikrofonu dodatkowego (odniesienia). Układ zaczyna wtedy nie tylko usuwać zakłócenie, ale również tłumić sygnał użyteczny. Podobnie jest w przypadku usuwania szumu własnego statku, gdzie hydrofon dodatkowy odbiera nie tylko szum statku, ale także słaby sygnał użyteczny oraz sygnały odbite.

3.2 Układ adaptacyjny z jednym wejściem

A. Odszumianie bez pomiaru sygnału odniesienia

W wielu praktycznych zastosowaniach nie jest możliwe uzyskanie sygnału odniesienia $v_1(n)$ skorelowanego z sygnałem $v_0(n)$ zakłócającym sygnał użyteczny $s(n)$. Mimo to, w przypadku gdy sygnał zakłócający jest okresowy lub zbliżony do okresowego, a pasmo sygnału użytecznego jest dostatecznie szerokie, można skonstruować adaptacyjny układ odszumiający, podając na wejście odniesienia $x(n)$ opóźnioną o odpowiedni czas Δ kopię sygnału pierwotnego $d(n)$ (rys. 2).



Rys. 2: Układ adaptacyjnego odszumiania z jednym wejściem

Opóźnienie Δ należy dobrać tak, aby spełniony był warunek zdekorelowania sygnału użytecznego $s(n)$ z jego wersją przesuniętą, tzn.:

$$E[s(n)s(n - \Delta)] = 0 \quad (8)$$

Z uwagi na okresowość zakłóceń nie następuje przy tym dekokorelacja między pierwotnym sygnałem zakłóceń a jego opóźnioną kopią. W efekcie na wyjściu filtru adaptacyjnego powstaje sygnał $y(n)$, który jest przybliżoną repliką sygnału zakłócającego. Po jej odjęciu od sygnału pierwotnego na wyjściu całego układu otrzymujemy przybliżoną kopię sygnału użytecznego. Efektywność odszumiania w takim układzie będzie oczywiście mniejsza niż w przypadku dysponowania idealnym sygnałem odniesienia.

B. Adaptacyjne wydzielenie linii spektralnych

Istnieje wiele zagadnień, w których sygnał użyteczny jest sygnałem sinusoidalnym lub zbiorem sygnałów sinusoidalnych ukrytych w szerokopasmowym szumie (zagadnienie po-

stawione odwrotnie do odszumiania za pomocą układu z jednym wejściem). Sytuacja taka występuje np. w radiolokacji, technice sonarowej, diagnostyce wibromechanicznej części maszyn, miernictwie i innych dziedzinach. Ze względu na to, że informacja użyteczna jest ukryta zazwyczaj w nieznanach parametrach sygnałów sinusoidalnych, tj. częstotliwościach, amplitudach i fazach, problem polega na detekcji tych sygnałów, stłumieniu towarzyszącego im szumu i ewentualnie estymacji ich parametrów. Zasadniczą trudność sprawia fakt, że operacje te należy często przeprowadzać przy bardzo małych stosunkach sygnał-szum, z reguły mniejszych od 0 dB. Ponadto parametry składników sinusoidalnych mogą zmieniać się w czasie.

Przyjmijmy założenie, że sygnał mierzony ma postać:

$$d(n) = \sum_{i=0}^{M-1} A_i \cos(n\Theta_i + \Phi_i) + w(n) = s(n) + w(n), \quad (9)$$

gdzie $w(n)$ jest szumem białym o wariancji σ_w^2 .

Przed omówieniem adaptacyjnego układu wydzielenia składowych sinusoidalnych z szumu przypomnimy klasyczne nieadaptacyjne rozwiązanie tego problemu w przypadku, gdy zadanie polega na detekcji, tj. wykryciu obecności w szumie sygnału sinusoidalnego o zadanej pulsacji. Rozważmy w tym celu filtr liniowy $f(n)$, na którego wejście podany jest sygnał

$$d(n) = A_0 \cos(n\Theta_0 + \Phi_0) + w(n) = s(n) + w(n). \quad (10)$$

Na wyjściu filtru otrzymujemy sygnał:

$$y(n) = f(n) * d(n) = f(n) * s(n) + f(n) * w(n) = y_s(n) + y_w(n), \quad (11)$$

gdzie $y_s(n)$ jest składnikiem użytecznym, a $y_w(n)$ składnikiem szumowym. Zadanie optymalnej detekcji polega na maksymalizacji dla każdej próbki stosunku sygnał-szum na wyjściu filtru określonego jako:

$$\text{SNR}_{wy} = \frac{\text{E}[y_s^2(n)]}{\text{E}[y_w^2(n)]} \quad (12)$$

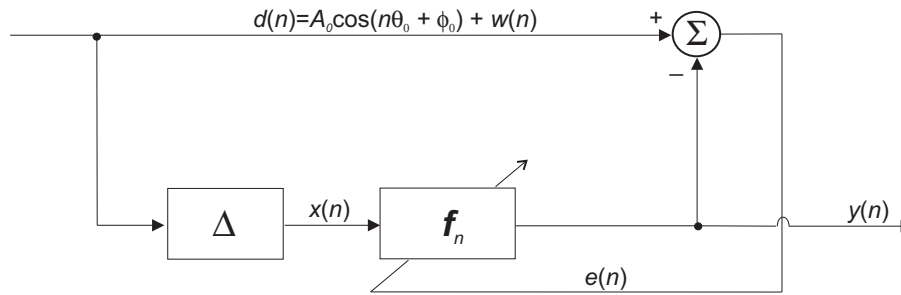
Optymalnym liniowym rozwiązaniem jest *filtr dopasowany*:

$$f(i) = C \cos(i\Theta_0 + \gamma), \quad i = 0, \dots, L-1 \quad (13)$$

gdzie stała C jest dowolna (nie ma wpływu na wartość SNR_{wy}) oraz $\gamma = -\Phi_0 - n\Theta_0$. Wartość SNR jest następnie porównywana z progiem i podejmowana jest odpowiednia decyzja.

Właściwości filtru dopasowanego:

- zapewnia najwyższy możliwy stosunek sygnał-szum przy przetwarzaniu liniowym
- nie zachowuje kształtu sygnału użytecznego (w tym przypadku sinusoidalnego) na wyjściu
- wymaga znajomości pulsacji Θ_0
- kąt fazowy γ jest zależny od numeru n bieżącej próbki i tym samym od numeru próbki zależą współczynniki filtru $f(i)$ (nie oznacza to jednak adaptacji)



Rys. 3: Układ adaptacyjnego wydzielenia linii spektralnych - filtr ALE

Alternatywną metodą do filtru dopasowanego jest zastosowanie filtru adaptacyjnego ALE (*Adaptive Line Enhancement*). Ma ona na celu nie tyle detekcję sinusoidy (choć również), lecz jej odszumienie (uwypuklenie linii spektralnej), a także estymację parametrów. Struktura układu ALE została przedstawiona na rys. 3. Jest ona identyczna jak adaptacyjnego układu odsumiającego pracującego bez sygnału odniesienia. Na wejście pierwotne podawany jest sygnał $d(n)$ będący sumą sinusoidy i szumu, a na wejście dodatkowe jego opóźniona wersja. Zasada działania układu opiera się na tym, że opóźnienie dekoreluje szum, pozostawiając skorelowane składowe sinusoidalne. Podstawowa różnica w porównaniu z układem odsumiającym polega na innym wyprowadzeniu sygnału wyjściowego. W układach ALE jest nim sygnał wyjściowy $y(n)$ filtru. W idealnym przypadku sygnał $y(n)$ jest sumą składowych harmonicznnych, a szum $w(n)$ jest usunięty całkowicie.

Właściwości filtru ALE:

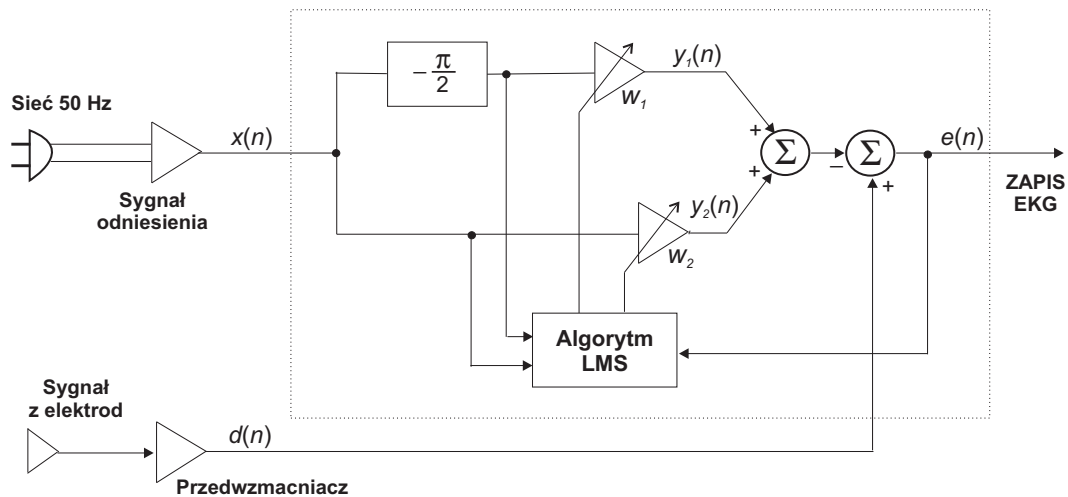
- aproksymuje SNR otrzymywany za pomocą filtru dopasowanego
- zachowuje kształt sygnału użytecznego na wyjściu
- nie wymaga informacji *a priori* o parametrach sygnału sinusoidalnego, a także o liczbie składników sinusoidalnych (w przypadku kryterium MMSE wymagana jest znajomość funkcji korelacji i korelacji wzajemnej, zaś przy zastosowaniu kryterium LMS nie jest wymagana żadna informacja *a priori*)
- współczynniki filtru ALE optymalnego w sensie MMSE (rozwiązanie ustalone) nie zależą od numeru próbki

4. IMPLEMENTACJA ALGORYTMÓW (zadanie domowe)

Zadaniem domowym studentów jest samodzielne zaimplementowanie badanych algorytmów jako funkcji pakietu MATLAB. W niniejszym ćwiczeniu przydatna będzie również przygotowana na potrzeby ćwiczenia 2 funkcja `lms.m`.

4.1 Algorytm do usuwania przenień sygnału sieci zasilającej z sygnału EKG

Badania sygnałów EKG wskazują, że zasadniczą trudnością w ich rejestracji i diagnozowaniu jest występowanie niepożądanego sygnału o częstotliwości sieci zasilającej aparaturę. Tradycyjne środki walki z tym zakłóceniem (prawidłowe uziemienie, stosowanie specjalnych kabli) nie zawsze są wystarczające. Sytuację poprawia zasadniczo adaptacyjne odsumianie. Na rys. 4 jest przedstawiony typowy układ adaptacji [2]. Sygnał pierwotny zbierany



Rys. 4: Układ adaptacyjnego usuwania przeniików sieci zasilającej z sygnału EKG

jest z wyjścia przedwzmacniacza EKG, a sygnał odniesienia, po odpowiednim stłumieniu, bezpośrednio z sieci zasilającej.

W celu wyeliminowania wpływu fazy początkowej stosuje się dwa jednowspółczynnikowe filtry LMS. Na wejście pierwszego z nich podawany jest sygnał sieciowy, drugi zaś jest pobudzany sygnałem sieciowym opóźnionym o $\pi/2$. Obydwa sygnały wyjściowe $y_1(n)$ i $y_2(n)$ są sumowane, a następnie odejmowane od sygnału pierwotnego. Przed przystąpieniem do badań eksperymentalnych należy zaimplementować układ adaptacyjnego usuwania przeniików sygnału sieci zasilającej według schematu pokazanego na rys. 4. Przyjąć następujący prototyp funkcji:

$$e = \text{lmsekg}(x_1, x_2, d, \text{alfa})$$

gdzie x_2 i x_1 są odpowiednio sygnałem odniesienia oraz przesuniętym w fazie o $\pi/2$ sygnałem odniesienia, sygnał d jest zakłóconym sygnałem EKG, zaś alfa jest krokiem adaptacji, jednakowym dla obydwu jednowspółczynnikowych filtrów LMS.

4.2 Implementacja algorytmu NLMS

Zaimplementować algorytm NLMS (rekursje algorytmu podano na wykładzie) według prototypu funkcji `lms.m` wykorzystywanej podczas ćwiczenia 2:

$$[e, F] = \text{nlms}(x, d, L, \text{alfa})$$

Ponadto zaimplementować (zmodyfikować funkcję napisaną w ramach ćwiczenia 2) filtr adaptacyjny LMS z jednym wejściem (rys. 2 i 3). Przyjąć następujący prototyp funkcji:

$$[e, y, f] = \text{lms1}(d, L, \text{alfa}, \text{delta})$$

gdzie: e i y to realizacje odpowiednio sygnału błędu i sygnału wyjściowego, f to wektor współczynników filtra uzyskany na końcu przetwarzania (dla $n = M$, gdzie M jest liczbą próbek przetwarzanego sygnału wejściowego). Parametry wejściowe funkcji to: d - sygnał wejściowy, L - rząd filtra adaptacyjnego, alfa - krok adaptacji oraz delta - opóźnienie sygnału $d(n)$.

5. BADANIA EKSPERYMENTALNE (zadania laboratoryjne)

5.1 Usuwanie przeników sieci zasilającej z sygnału EKG

Wczytać wektor sygnałowy \mathbf{s} z pliku `ekg.mat`. Wektor \mathbf{s} składa się z 8000 próbek rzeczywistego sygnału EKG próbkowanego z częstotliwością $f_s = 1$ kHz. Jako sygnały referencyjne $x_1(n)$ i $x_2(n)$ wykorzystać odpowiednio sinusoidę i kosinusoidę o częstotliwości 50 Hz, jednostkowej amplitudzie i fazie $\pi/3$.

1. Wytworzyć zakłócony sygnał EKG poprzez dodanie do sygnału $s(n)$ sinusoidy o częstotliwości 50 Hz i amplitudzie 0,3. Dokonać odsumiania tak powstałego sygnału za pomocą wcześniej zaimplementowanego układu dla kilku stałych adaptacji $\alpha = 0,01; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1$. Dla każdego powtórzenia eksperymentu obejrzyć sygnał $e(n)$ oraz obliczyć (według wzoru (14)) i zanotować błąd względny filtracji.

$$\delta = \frac{\sum_{n=1}^M [e(n) - s(n)]^2}{\sum_{n=1}^M s^2(n)} \quad (14)$$

Ocenić i skomentować jakość operacji odsumiania dla różnych wartości stałych adaptacji na podstawie otrzymanych wartości błędu względnego δ oraz obserwacji przebiegu sygnału $e(n)$. Dla jakiej wartości stałej adaptacji otrzymujemy najlepsze rezultaty.

2. Ponownie wytworzyć zakłócony sygnał EKG. Tym razem jednak do sygnału $s(n)$ należy dodać sygnał o częstotliwości 50 Hz zmodulowany amplitudowo sinusoidą o częstotliwości 1 Hz:

$$w(n) = 0,3 \cdot \left(1 + m \cdot \cos \left(2\pi n \frac{1}{f_s} \right) \right) \cdot \cos \left(2\pi n \frac{50}{f_s} \right). \quad (15)$$

Zbadać zależność błędu względnego δ filtracji odsumiającej od współczynnika głębokości modulacji m oraz stałej adaptacji α . Przyjąć, że α równa się 0,01; 0,05; 0,1; współczynnik m przyjmuje wartości: 0,1; 0,2; 0,3. Skomentować uzyskane wyniki.

5.2 Odszumianie sygnału mowy

Z pliku `mowa_c` wczytać próbki oryginalnego sygnału mowy zapisane w wektorze \mathbf{s} . W poniżej opisanych eksperymentach, jakość operacji odsumiania należy oceniać w dwojaki sposób. Po pierwsze przez wyznaczenie stosunku sygnał-szum na wyjściu układu usuwania szumu:

$$\text{SNR}_{wy} = \frac{E[s^2(n)]}{E[(e(n) - s(n))^2]} \quad (16)$$

Po drugie, poprzez ocenę jakości odsłuchanego sygnału $e(n)$ i porównanie jego brzmienia oraz stopnia zrozumiałości z sygnałem niezaszumionym $s(n)$ i sygnałem pierwotnym $d(n)$. Do odsłuchu sygnałów wykorzystać matlabowską funkcję `sound.m`.

1. Zbadać jakość operacji odsumiania za pomocą filtru adaptacyjnego LMS o rzędzie $L = 100$ w zależności od poziomu sygnał-szum SNR_{we} na wejściu układu i wartości stałej adaptacji α . Odpowiednie sygnały pierwotne $d(n)$ oraz referencyjne $v_0(n)$ zapisane są w plikach: `mowa_15` - $\text{SNR}_{we} = 15$ dB, `mowa_10` - $\text{SNR}_{we} = 10$ dB, `mowa_5` - $\text{SNR}_{we} = 5$ dB i `mowa_0` - $\text{SNR}_{we} = 0$ dB. Badania przeprowadzić dla następujących

wartości stałej adaptacji α : 0,005; 0,01; 0,02; 0,05. Wyznaczyć i zanotować wartości SNR_{wy} , obejrzeć przebieg sygnału $e(n)$ oraz go odsłuchać. Skomentować uzyskane rezultaty.

- Wykorzystać filtr NLMS do odszumiania zakłóconego sygnału mowy $d(n)$. Przyjąć następujące wartości parametrów: $L = 100$, $\text{SNR}_{we} = 0$ dB, α równe 0,05 i 0,1. Porównać wartości SNR_{wy} z otrzymanymi w punkcie 1.
- Wczytać sygnały $d(n)$ i $v_0(n)$ z pliku `mowa.m`. Sygnał $d(n)$ jest sumą sygnału mowy $s(n)$ i innego, zakłócającego go, sygnału mowy $v_1(n)$. Stosunek sygnał-szum na wejściu układu $\text{SNR}_{we} = 14,6$ dB. Wyznaczyć doświadczalnie wartości stałych adaptacji α dla algorytmów LMS i NLMS, zapewniające maksymalizację stosunku sygnał-szum na wyjściu układu. Odsłuchać sygnał $e(n)$ i opisać towarzyszące tej czynności wrażenia (słuchowe oczywiście).

5.3 Badanie filtru adaptacyjnego LMS z jednym wejściem

Przetestować filtr adaptacyjny z jednym wejściem `lms1.m` dla dwóch następujących przypadków:

- Sygnał $d(n)$ jest 5000-punktową realizacją szumu białego gaussowskiego o zerowej wartości średniej i jednostkowej wariancji. Wartości parametrów są równe: $\Delta = 0$, $L = 32$, $\alpha = 0,01$. Sporządzić wykres błędu i sprawdzić, że zbiega się on do 0. Zbadać wpływ opóźnienia Δ na pracę filtru. Czy dla niezerowych opóźnień będzie on nadal pracował prawidłowo?
- Sygnał $d(n)$ jest 5000-punktową realizacją sinusoidy $d(n) = \cos(0,1\pi n)$. $\Delta = 20$, $L = 20$, $\alpha = 0,01$. Sprawdzić, że sygnał na wyjściu adaptuje się do sinusoidy o jednostkowej amplitudzie, a sygnał błędu zanika do zera. Zbadać zbieżność algorytmu dla różnych opóźnień Δ . Czym różnią się uzyskane wyniki od otrzymanych w przypadku losowego sygnału wejściowego? Zbadać zachowanie algorytmu przy zmianach częstotliwości sygnału sinusoidalnego. Jakie wnioski można wówczas sformułować?

5.4 Usuwanie linii spektralnych

W tym eksperymencie ponownie wykorzystamy filtr LMS z jednym wejściem. Przyjmujemy, że w każdym z poniższych zadań częstotliwość próbkowania f_s wynosi 10 kHz, zaś parametry filtru są następujące: $L = 100$, $\Delta = 5$, $\alpha = 0,001$.

- Wygenerować sygnał wejściowy $d(n) = A\cos(\omega_0 n T_s)$ dla $n = 0, \dots, 4999$, gdzie $\omega_0 = 2\pi 500$, T_s - okres próbkowania. Sprawdzić, czy zachowanie filtru jest zgodne z transmitacją:

$$H_{d,e}(z) = \frac{1 - 2\cos(\omega_0 T_s)z^{-1} + z^{-2}}{1 + \left(\frac{\alpha LA^2}{2} - 2\right)\cos(\omega_0 T_s)z^{-1} + \left(1 - \frac{\alpha LA^2}{2}\right)z^{-2}}. \quad (17)$$

Zweryfikować dla przyjętych danych warunek stabilnej pracy filtru:

$$0 < \alpha < \frac{4}{LA^2}. \quad (18)$$

Jaką postać mają współczynniki filtru $f_n(i)$ dla $n = 4999$? Dlaczego? Czy opóźnienie i faza początkowa sygnału sinusoidalnego mają wpływ na transmitancję, warunek stabilności oraz współczynniki filtru?

2. Powtórzyć eksperymenty przy założeniu, że sygnał $d(n)$ jest sumą dwóch sinusoid o pulsacjach $\omega_0 = 2\pi 500$ i $\omega_1 = 2\pi 1000$. Sprawdzić, czy filtr LMS zachowuje się tak, jak filtr wycinający obydwie pulsacje.
3. Zbadać charakterystykę częstotliwościową sygnału błędu $e(n)$ (otrzymaną w wyniku 1024-punktowej transformaty FFT), gdy pulsacja ω_1 z punktu 2 jest zmniejszana kolejno do $2\pi 900$, $2\pi 600$, $2\pi 520$, $2\pi 505$. Zinterpretować otrzymane rezultaty.

5.5 Wydzielanie linii spektralnych - filtr ALE

Badania filtru adaptacyjnego ALE, które należy wykonać w tym punkcie ćwiczenia, zostaną przeprowadzone przy ponownym wykorzystaniu zaimplementowanego w ramach zadania domowego filtru adaptacyjnego LMS z jednym wejściem.

Wygenerować 5000-punktową realizację sygnału:

$$d(n) = \cos(\omega_0 n T_s) + \nu(n), \quad (19)$$

gdzie $\omega_0 = 2\pi 500$, częstotliwość próbkowania $f_s = 1$ kHz, a $\nu(n)$ jest szumem stacjonarnym o zerowej wartości średniej.

1. Szum $\nu(n) = w(n)$, gdzie $w(n)$ jest szumem białym gaussowskim o jednostkowej wariancji. Przeprowadzić filtrację sygnału $d(n)$ dla następujących parametrów filtru: $L = 50$, $\alpha = 0,001$, $\Delta = 1$. Zbadać poprawę stosunku sygnał-szum poprzez wyświetlenie przebiegów sygnałów $d(n)$ i $y(n)$ oraz porównanie widm tych sygnałów (skorzystać z polecenia: `semilogy(1:1024, abs(fft(d,1024)), 1:1024, abs(fft(y,1024)))`). Sformułować wnioski.
2. Szum $\nu(n)$ jest procesem MA(2):

$$\nu(n) = C [w(n) + 0,5 \cdot w(n-1) + 0,25 \cdot w(n-2)], \quad (20)$$

gdzie $w(n)$ jest szumem białym gaussowskim o jednostkowej wariancji, a stała C jest dobrana tak, aby sygnał $\nu(n)$ miał także jednostkową wariancję. Podobnie, jak w punkcie 1 zbadać poprawę stosunku sygnał-szum uzyskaną dla $\Delta = 1$ i $\Delta = 3$. Pozostałe wartości parametrów filtru przyjąć takie, jak w punkcie 1. Sformułować wnioski.

3. Szum $\nu(n)$ jest procesem AR(1):

$$\nu(n) = a \cdot \nu(n-1) + w(n), \quad (21)$$

gdzie $w(n)$ jest szumem białym gaussowskim o jednostkowej wariancji, zaś a parametrem. Zbadać poprawę stosunku sygnał-szum dla: $a_1 = 0,01$; $a_2 = 0,1$ i $a_3 = 0,8$. Przed dodaniem szumu do sygnału użytecznego znormalizować jego wariancję. W każdym z przypadków przyjąć $\Delta = 100$. Jakie wnioski można sformułować?

LITERATURA

- [1] CLARKSON P. M.: *Optimal and Adaptive Signal Processing*. CRC Press, 1993.

- [2] WIDROW B., GLOVER J. R., MCCOOL J. M., KAUNITZ J., WILLIAMS C. S., HEARN R. H., ZEIDLER J. R., DONG E., AND GOODLIN R. C.: Adaptive noise cancelling: Principles and applications. *Proceedings of the IEEE*, vol. 63, no. 12, December 1975, pp. 1692–1716.
- [3] WIDROW B. AND STEARNS S. D.: *Adaptive Signal Processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.