

Jacek Misiurewicz
Krzysztof Kulpa
Piotr Samczyński
Mateusz Malanowski
Piotr Krysik
Łukasz Maślikowski
Damian Gromek
Artur Gromek
Marcin K. Bączyk

Zakład Teorii Obwodów i Sygnałów
Instytut Systemów Elektronicznych
Wydział Elektroniki i Technik Informatycznych
Politechnika Warszawska

Laboratorium Cyfrowego Przetwarzania Sygnałów

Wersja do wydruku - bez części teoretycznej

Detekcja, filtr dopasowany, odbiór korelacyjny

Część teoretyczną w tej wersji opuszczono.

6.2. Zadania do pracy własnej studenta

Podobne zadania mogą znaleźć się na wejściówce. Nie dotyczy to zadań oznaczonych tu jako „trudne”.

- 1) Rozważ filtr dopasowany do poniższej sekwencji próbek

$$s[n] = [+1, -1, -1, +1, -1, +1]$$

- a) Jaka będzie odpowiedź impulsowa takiego filtru?
- b) Jeśli na taki filtr podamy sygnał $s[n]$, to jaki sygnał otrzymamy na wyjściu (oblicz dla każdej chwili czasu)?
- c) Jeśli na taki filtr podamy szum biały gaussowski o mocy 1 – jaką moc będzie miał szum na wyjściu?
- d) Oblicz wartość stosunku sygnał/szum ρ (patrz wzór (zajrzyj do części teoretycznej)) na wejściu i na wyjściu filtru (w chwili $P = 5$). Ile razy wzrósł ten stosunek?

2) Pewien sygnał wytworzono, pobudzając impulsem jednostkowym $\delta(n)$ filtr przyczynowy SOI o charakterystyce częstotliwościowej $H(e^{j\theta})$. Jaką charakterystykę częstotliwościową będzie miał filtr dopasowany do tego sygnału?

3) Rozważ sygnał z czasem ciągłym, którego widmo amplitudowe ma kształt prostokąta od $-\omega_0$ do $+\omega_0$, a fazowe równe jest zeru. Jak będzie wyglądał przebieg czasowy tego sygnału? Jaki będzie czas trwania głównej części sygnału?

- 4) Rozważ rodzinę sygnałów o skończonym czasie trwania równym N i postaci

$$x_k(n) = \begin{cases} e^{jn \frac{2\pi k}{N}} & \text{dla } 0 \leq n < N \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

- a) Oblicz odpowiedź w chwili $n = N - 1$ przyczynowego filtru dopasowanego do sygnału x_k pobudzonego tym sygnałem.

- b) Wykaż, że odpowiedź filtru dopasowanego do sygnału x_k będzie w chwili $n = N - 1$ równa dokładnie zero dla każdego innego sygnału z tej rodziny.
- c) Wykaż, że N -punktowa DFT takiego sygnału zachowa się jak bank filtrów dopasowanych do tej rodziny, tj. na k -tej pozycji w transformacie będzie dokładnie taka sama wartość, jak w chwili $n = N - 1$ na wyjściu filtru dopasowanego do funkcji x_k .

Wskazówka: Zauważ, że wszystkie sygnały x_k będą na odcinku N próbek miały całkowitą liczbę okresów.

6.3. Eksperymenty do wykonania w laboratorium

6.3.1. Filtr dopasowany

W tym rozdziale zbadamy – na razie bez szumu zakłócającego – odpowiedzi filtrów dopasowanych do różnych sygnałów. Szum dodamy dopiero w następnym punkcie (6.3.2).

6.3.1.1. Filtr dopasowany do znanej sekwencji próbek

Zbadaj odpowiedź filtru dopasowanego do sekwencji próbek podanej przez prowadzącego.

✚✚ Zapisz wektor sygnału $s(n)$ (przykładową wartość w poniższym kodzie zastąp sekwencją podaną przez prowadzącego). Dla lepszej wizualizacji uzupełnij sygnał zerami z obu stron i stwórz wektor indeksów n odpowiadający sytuacji, gdy zadany sygnał rozpoczyna się¹ od próbki o indeksie zerowym.

```
s=[1 3 -2 2 -3 -1]% tu wpisz podaną sekwencję
s=s-mean(s);% usuwamy średnią, żeby być pewnym że nie będzie
% przeszkadzać
s0=[zeros(1,10), s, zeros(1,10)]
n0=[-10:(length(s)+9)]
plot(n0,s0)
title('Sygnał wejściowy')
```

✚✚ Utwórz wektor współczynników filtru dopasowanego do sygnału $s(n)$

```
h=s(end:-1:1)
```

✚✚ Zbadaj odpowiedzi filtru dopasowanego: impulsową i na sygnał identyczny z wzorcowym (tj. s_0)

```
delta_n=(n0==0)% same 0 (false) i 1 (true) na pozycji gdzie n0==0
figure();
```

¹ Z matematycznego punktu widzenia rozpatrujemy sygnały o nieskończonym czasie trwania i ograniczonej energii. Pisząc „sygnał rozpoczyna się...” używamy pewnego skrótu myślowego; dla ścisłości matematycznej powinniśmy użyć skomplikowanego sformułowania „sekwencja niezerowych próbek sygnału rozpoczyna się ...”

```

y_delta=filter(h,1,delta_n);
plot(n0, y_delta);
title('Odpowiedz impulsowa filtru dopasowanego')
figure()
y_s0=filter(h,1,s0);
plot(n0, y_s0);
title('Odpowiedz filtru dopasowanego na sygnal')

```

Odpowiedz na pytanie: Jaka jest szczytowa wartość odpowiedzi filtru? Porównaj tę wartość z energią sygnału (uzasadnij wynik porównania).

Odpowiedz



‡ Zbadaj odpowiedź filtru na biały szum gaussowski $\eta(n)$ o wariancji takiej samej, jak średnia moc sygnału $s(n)$

```

figure()
p_s=(s*s')/length(s) % moc średnia sygnału
eta=sqrt(p_s)*randn(size(s0)) %szum skalujemy aby miał wariancję
p_s
plot(n0,eta);
title('Szum');
y_eta=filter(h,1,eta);
figure()
plot(n0, y_eta);
title('Odpowiedz filtru dopasowanego na szum')

```

Odpowiedz na pytanie: Ile razy wzrosła po filtracji szczytowa wartość sygnału (odczytaj z poprzednich rysunków)? Ile razy – orientacyjnie – wzrosła po filtracji amplituda szumu (oszacuj wartość na rysunkach)? O ile dB wzrósł stosunek sygnału do szumu? **Wskazówka:** Dla sprawdzenia swojego oszacowania możesz również amplitudę szumu przed i po filtrze obliczyć korzystając z funkcji `std()` – otrzywasz wtedy średniokwadratową wartość amplitudy.

Odpowiedz



6.3.1.2. Filtr dopasowany do impulsu prostokątnego

Przed dalszą pracą uporządkuj środowisko:

```
close all; clear all
```

‡ Wygeneruj pojedynczy impuls prostokątny o czasie trwania L próbek ($L = 15 + N_s$, gdzie N_s to numer Twojego stanowiska), uzupełnij go 30 zerami z każdej strony.

```

s=ones(1,L);
s0=[zeros(1,30), s, zeros(1,30)];

```

‡ Oblicz autokorelację sygnału².

² Skrót myślowy – pojęcie autokorelacji dotyczy sygnałów losowych. Sygnał $s(n)$ jest tu deterministyczny, ale możemy go potraktować jako jedną realizację sygnału losowego, zdefiniowanego jako impuls prostokątny o znanym kształcie, lecz losowej chwili początkowej. Wtedy polecenie „oblicz” możemy uściślić jako „wyestymuj z jednej znanej realizacji”...

```
plot(xcorr(s0))
title(sprintf('Autokorelacja impulsu %d-probkowego', L));
```

Odpowiedz

**Odpowiedz na pytania:**

1) Jaką wartość szczytową powinien (wg teorii) mieć sygnał wyjściowy (odpowiedź) filtru dopasowanego do sygnału badanego, gdy sygnałem wejściowym jest właśnie ten sygnał? Sprawdź, czy tak wyszło w eksperymencie.

2) Jak odpowiedź filtru na sygnał wzorca jest związana z obliczoną przed chwilą autokorelacją?

3) Wyprowadź i zapisz wyrażenie na wartość szczytową takiej odpowiedzi dla impulsu prostokątnego o dowolnej długości L .

✚ Stwórz filtr dopasowany do sygnału $s(n)$ i wyświetl jego odpowiedź na sygnał s_0 .

Zanotuj



Zanotuj wartość szczytową sygnału na wyjściu filtru.

✚ Zweryfikuj poprawność wzoru podanego przez Ciebie w odpowiedzi na poprzednie pytanie, powtarzając eksperyment dla innej długości impulsu.

6.3.1.3. Filtr dopasowany do impulsu z modulacją pseudolosową

Nie zamykaj rysunków z poprzedniego zadania.

✚ Wymnóż sygnał z poprzedniego zadania przez ciąg pseudolosowy (biały, gaussowski)

```
s_wg=s.*randn(size(s));
s0_wg=[zeros(1,30), s_wg, zeros(1,30)];
```

Sygnał s_wg jest *dla nas* sygnałem deterministycznym – sami go wygenerowaliśmy i teraz dokładnie wiemy jaki ma przebieg. Dla obcego obserwatora będzie on natomiast sygnałem losowym.

✚ Skonstruuj filtr dopasowany do sygnału wzorcowego s_wg i przetestuj go jak w poprzednim zadaniu; na koniec wyświetl odpowiedź filtru dopasowanego na sygnał wzorcowy. **Uwaga:** Użyj polecenia `figure`, aby nowe wykresy nie usunęły końcowego wykresu z poprzedniego eksperymentu – za chwilę będziemy porównywać sygnały.

Odpowiedz

**Odpowiedz na pytania:**

1) Jakie widzisz zasadnicze różnice w kształcie odpowiedzi filtru w tym zadaniu i w poprzednim? Zwróć uwagę na szerokość listka głównego odpowiedzi.

2) Uzasadnij różnice w szerokości listka głównego.

Wskazówka: Jaki kształt ma funkcja autokorelacji szumu białego? (albo:) Ile wynosi współczynnik korelacji dwóch niezależnych zmiennych losowych?

6.3.2. Detekcja sygnałów za pomocą filtru dopasowanego

Detektorem optymalnym (wśród układów liniowych i stacjonarnych) dla znanego sygnału ukrytego w białym szumie gaussowskim jest detektor oparty na filtrze dopasowanym i detekcji progowej. Będziemy tu badać rolę filtru dopasowanego w takim detektorze.

W tej części ćwiczenia będziemy posługiwać się gotową funkcją generującą sygnał o znanym kształcie i nieznanym położeniu czasowym, ukryty w szumie. Funkcja generuje sygnały pojedyncze lub ($typ=0$) wszystkie naraz, ukryte w jednym ciągu próbek.

Funkcja $[x, y, np, znak]=LCPS_gen(typ, sn, n, n1)$ ma następujące parametry:

typ – rodzaj sygnału ukrytego w szumie:

- 0 – sygnały 1–5 (wg poniższego opisu) występujące kolejno, a po nich dwa znaki sygnału CDMA zakodowane różnymi kodami i nałożone na siebie,
- 1 – sygnał stały,
- 2 – sinusoida,
- 3 – świergot (*chirp*),
- 4 – szum kolorowy,
- 5 – świergot (*chirp*) zespolony,
- 6 – sygnał kodowany CDMA;

sn – stosunek sygnału do szumu [dB],

n – długość rekordu danych (domyślnie 100000),

$n1$ – długość pojedynczego sygnału ukrytego (domyślnie 10000); uwaga – jeden bit (symbol) w kodzie CDMA ma długość $n1/10$,

parametry wyjściowe:

x – sygnał wyjściowy,

y – wzorzec sygnału ukrytego – wszystkie sygnały podane są w wierszach o poniższych indeksach:

1–5 – sygnały 1–5 wg opisu powyżej,

6 – dla sygnału CDMA: sekwencja rozpraszająca $c1$ (kanał pierwszy),

7 – dla sygnału CDMA: sygnał zakodowany $s1=x1*c1$ (kanał pierwszy),

8 – dla sygnału CDMA: sekwencja rozpraszająca $c2$ (kanał drugi),

9 – dla sygnału CDMA: sygnał zakodowany (kanał drugi);

np – miejsca początków sygnałów.


Aby zrozumieć pojęcie sygnału kodowanego CDMA i rolę parametrów $y([6:9], :)$ zajrzyj do skryptu drukowanego.

Przed eksperymentami uporządkuj środowisko.

```
clear all; close all
```

6.3.2.1. Proste sygnały

Poniższą sekwencję eksperymentów przeprowadź kolejno dla wszystkich sygnałów prostych (użyj kolejno wartości od 1 do 5 jako parametru *typ*). Dla każdego z sygnałów wyświetl wyniki analizy różnymi technikami i ustal, przy jakiej wartości S/N można określić chwilę czasową wystąpienia sygnału. Rozpocznij badania przy wartości S/N wynoszącej -30 dB i zwiększaj ją z wybranym skokiem (np. 6 dB).


 Wyświetl przebieg czasowy, widmo (FFT), spektrogram sygnału.

```
typ=1; SNR=-30
[x, y]=LCPS_gen(typ,SNR);
plot(x);
figure()
%...(student dalej przejawia inicjatywę)
```

Zanotuj



Zanotuj (dla każdego sposobu wizualizacji) przy jakiej wartości S/N było możliwe wykrycie sygnału na wykresie.


 Wyświetl autokorelację sygnału wzorcowego³

```
templ=y(typ,:);
plot(xcorr(templ,templ));
```

Zanotuj



Zanotuj maksymalną wartość autokorelacji

 Przefiltruj zaszumiony sygnał filtrem dopasowanym do wzorca, wyświetl wynik i **zanotuj** przy jakiej wartości S/N możliwe jest wykrycie sygnału.

Zanotuj




6.3.2.2. Sygnał z rozpraszaniem widma


W tym zadaniu spróbujemy zastosować filtr dopasowany do zdekodowania sygnału z rozpraszaniem widma (CDMA).

Nie będziemy się odnosić do poprzednich wyników – można przed eksperymentami uporządkować środowisko.

```
clear all; close all
```

 Wygeneruj i zapamiętaj sygnał CDMA przy wartości S/N równej -10 dB. Pomocniczo zapamiętaj wszystkie parametry wyjściowe funkcji LCPS_gen.

```
[x, y, np, znak]=LCPS_gen(6,-10);
```

 Zbadaj sekwencję rozpraszającą – wyświetl jej autokorelację i widmo
%sekwencja ma $n1/10=1000$ próbek, a $y(6,:)$ dopełniono zerami

```
sscode=y(6,1:1000);
plot(xcorr(sscode,sscode));
figure();
plot(abs(fft(sscode)));
```

Zanotuj



Zanotuj maksymalną amplitudę autokorelacji i uzasadnij w protokole tę wartość.

³ Sugerowana nazwa zmiennej *templ* pochodzi od angielskiego terminu *template*, czyli wzorec.

⚡ Zbadaj podobnie cały sygnał x – wyświetl jego autokorelację i widmo
Odpowiedz na pytanie: Dlaczego na wykresie autokorelacji widoczna jest „szczotka” krótkich impulsów?

Odpowiedz



⚡ Zastosuj filtr dopasowany utworzony na podstawie kodu rozpraszającego do detekcji transmitowanego znaku. Sygnał przetwórz za pomocą Matlaba, natomiast sam proces detekcji przeprowadź poprzez przyjrzenie się wykresowi.

Wskazówka: Ciąg bitów zakodowanego sygnału rozpoczyna się bitem startu (zawsze o wartości 1), a kończy bitem stopu (zawsze o wartości 0).

Zanotuj odkodowany znak tekstowy posługując się tablicą kodów ASCII i pokaż do weryfikacji prowadzącemu.

Zanotuj



Tabela 6.1. Tablica kodów ASCII

	(MSB)b7–b4							
b3-b0(LSB)	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
0 0 0 0	NUL	DLE	SP	0	@	P	‘	p
0 0 0 1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0 0 1 0	STX	DC2	”	2	B	R	b	r
0 0 1 1	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0 1 0 0	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0 1 0 1	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0 1 1 0	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0 1 1 1	BEL	ETB	’	7	G	W	g	w
1 0 0 0	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1 0 0 1	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1 0 1 0	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1 0 1 1	VT	ESC	+	;	K	[k	{
1 1 0 0	FF	FS	,	<	L	\	l	
1 1 0 1	CR	GS	–	=	M]	m	}
1 1 1 0	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1 1 1 1	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Przykładowo, znak „6” kodowany jest w 8-bitowym słowie jako 00110110.

6.3.2.3. Zadanie extra Detekcja automatyczna

Napisz funkcję, która automatycznie dokona detekcji.

6.3.3. Przesyłanie sygnału z wielodostępem kodowym

Zastosowanie kodów ortogonalnych i dopasowanych do nich filtrów pozwala na jednoczesne przesyłanie wielu strumieni danych (kanałów logicznych) przez jeden

kanał fizyczny. Zasymulujemy tu podstawowy mechanizm działania wielodostępu CDMA.

6.3.3.1. Dwa znaki przesyłane jednocześnie

†† Wygeneruj sygnał, w którym będą nałożone w jednym czasie dwa zakodowane znaki. (Uwaga: są w nim ukryte w losowych chwilach czasu wszystkie dostępne sygnały!)

$[x, y]=\text{LCPS_gen}(0, -10);$

†† Obejrzyj spektrogram sygnału i zauważ na nim wzrost poziomu szumu szerokopasmowego na pewnym odcinku czasu – prawdopodobnie tu nałożony jest sygnał kodowany (**zanutuj** położenie tego odcinka).

Zanutuj



†† Utwórz dwa filtry dopasowane na podstawie dwóch wzorców sygnału rozpraszającego

$h1=y(6, 1000:-1:1);$

$h2=y(8, 1000:-1:1);$

i przefiltruj sygnał oddzielnie każdym filtrem, a następnie zdekoduj przesyłane znaki

Zanutuj



Zanutuj odkodowane znaki i pokaż do weryfikacji prowadzącemu.

6.3.3.2. Zadanie extra Wykrywanie wielu sygnałów

Wykryj wszystkie składowe sygnały ukryte w sygnale wygenerowanym przez $\text{LCPS_gen}(0, -10);$

6.3.4. Przetwarzanie sygnału rzeczywistego

W sygnale rzeczywistym będziemy poszukiwać gwizdów o szybkozmiennej częstotliwości – taki sygnał ma dobre właściwości do zastosowania filtra dopasowanego.

†† Zestaw stanowisko do nagrywania sygnału. Ustaw amplitudę na około 1 V (sprawdź oscyloskopem).

Połączenie mikrofonu poprzez przedwzmacniacz – patrz rysunek rys. 6.1.

Nagraj 10 sekund sygnału akustycznego, zawierającego krótkie gwizdy o szybkozmiennej częstotliwości imitujące świergot, przeplatane z fragmentami mowy: „ćwir, ćwir, Ala ma kota, ćwir, dwa koty, ćwir...”

Zastosuj $f_s = 48000$ Hz.

$x=\text{LCPS_getdata}(10*fs, 1, 1/fs);$

6.3.4.1. Przygotowanie sygnału

Zanutuj

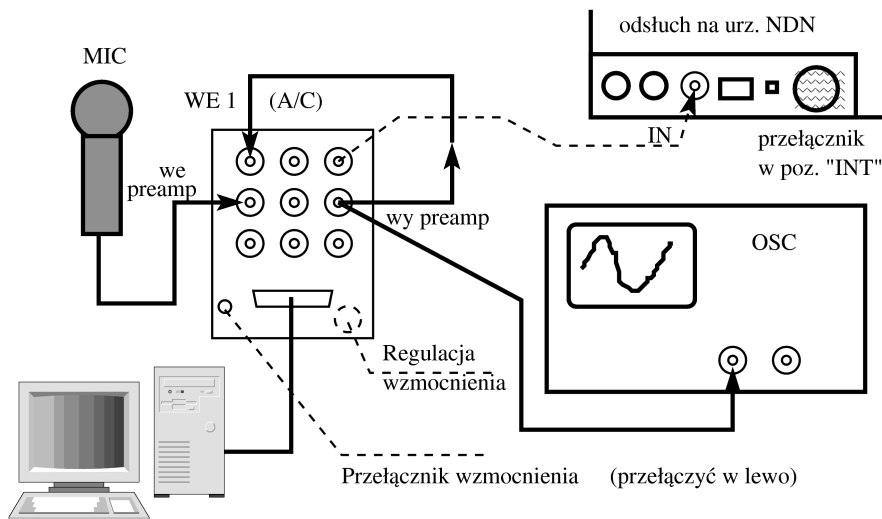


– Obejrzyj przebieg czasowy sygnału i jego spektrogram. Określ na spektrogramie **i zanutuj** jakie pasmo częstotliwości unormowanych (f_d, f_g) zajmuje gwizd.

– Zaprojektuj filtr pasmowy 6-tego rzędu, przepuszczający interesujące pasmo:

$[B, A]=\text{butter}(6, [fd, fg]);$

Przefiltruj sygnał zaprojektowanym filtrem.



Rysunek 6.1. Połączenie mikrofonu poprzez przedwzmacniacz

```
y=filter(B,A,x);
```

- Sprawdź na spektrogramie, czy filtr poprawił jakość sygnału. Odsłuchaj sygnał. `=LCPS_putdata(10*x,1/48000,1);` podłącz wyjście przetwornika do głośnika!

6.3.4.2. Filtr dopasowany utworzony na podstawie rzeczywistego sygnału

- Wytnij w dziedzinie czasu jeden odcinek ładnego gwizdu (odsluchaj go, ewentualnie wybierz inny). Wybrany kawałek sygnału użyj jako wzorzec do utworzenia filtra dopasowanego.
- Przefiltruj cały sygnał.
- Dwoma kolorami wyświetl na wykresie przebieg czasowy sygnału przed i po filtrze.

```
nn=1:length(x);plot(nn,x,nn,y);%dwa przebiegi w różnych kolorach na jednym wykresie
```

Wskazówka: Przeskaluj sygnał po filtrze, żeby uzyskać podobne amplitudy na wykresie; koniecznie zanotuj współczynnik skalujący!

- Wyznacz i **zanotuj** stosunek amplitud przed i po filtrze dla:
 - fragmentu sygnału użytego jako wzorzec świergotu,
 - innych fragmentów świergotu,
 - fragmentów z mową.

Zanotuj 

6.3.4.3. **Zadanie extra** Sonar z kompresją impulsu

Skonstruuj prosty sonar. Nadajnikiem będzie głośnik z podłączonym generatorem ustawionym w tryb „sweep”, odbiornikiem – mikrofon. Skonstruuj filtr dopasowany

na podstawie nagranych sygnałów, i spróbuj odnaleźć na przefiltrowanym sygnale echo od ściany lub sufitu.