Jacek Misiurewicz
Krzysztof Kulpa
Piotr Samczyński
Mateusz Malanowski
Piotr Krysik
Łukasz Maślikowski
Damian Gromek
Artur Gromek
Marcin K. Bączyk

Zakład Teorii Obwodów i Sygnałów
Instytut Systemów Elektronicznych
Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Laboratorium Cyfrowego Przetwarzania Sygnałów

Wersja do wydruku - bez części teoretycznej

Warszawa 2019

Ćwiczenie 2

DTF – rozróżnialność, uzupełnianie zerami, okna

Część teoretyczną w tej wersji opuszczono.

2.2. Zadania do pracy własnej studenta

Podobne zadania mogą znaleźć się na wejściówce. Nie dotyczy to zadań oznaczonych tu jako „trudne”.

1) Jak wygląda zerowa funkcja bazowa ($\phi_0[n]$) dla 8-punktowej DTF?

2) Naszkicuj pierwszą ($\phi_1[n]$) funkcję bazową dla 16-punktowej DTF (oddzielnie część rzeczywistą i urojoną).

3) Naszkicuj ósmą funkcję bazową dla 16-punktowej DTF.

4) Oblicz 4-punktową dyskretną transformatę Fouriera (tj. na podstawie 4 próbek sygnału oblicz 4 próbki widmowe):
– sygnału stałego,
– sygnału $(-1)^n$,
– sygnału $\cos n\pi/2$. **Wskazówka:** Najpierw narysuj jeden okres sygnału.

5) Oblicz iloczyn skalarny zerowej i pierwszej funkcji bazowej dla 8-punktowej DTF.

6) Udowodnij, że każde dwie różne funkcje bazowe DTF o danym wymiarze są ortogonalne.

7) Przeanalizuj jak zmieni się widmo sygnału gdy:
– sygnał odwrócimy w czasie ($x_1(n) = x(-n)$),
– sygnał zmodulujemy sygnałem $(-1)^n$,
– sygnał przesuniemy w czasie o n_0 próbek.
Przyjmij, że sygnał należy do klasy ℓ^2 (drugi wariant – że jest okresowy o okresie N). Dla modulacji i przesunięcia obliczenia przeprowadź na dwa sposoby – najpierw zastosuj znane właściwości przekształcenia Fouriera (zajrzyj do części teoretycznej), a potem spróbuj analizę przeprowadzić bezpośrednio ze wzoru definicyjnego.

8) Rozważ następujący sposób przetwarzania sygnałów:
– obliczamy widmo sygnału $x[n]$,
– wykonujemy na widmie pewną operację (nazwijmy ją $\mathcal{Y}$),
– przekształcamy z powrotem widmo do dziedziny czasu, otrzymując sygnał $x_1[n]$.

a) Jaką operację $\mathcal{Y}$ należy wykonać na widmie obliczonym zgodnie z definicją dla sygnału o ograniczonej energii (zajrzyj do części teoretycznej), aby sygnał $x_1[n]$ był przesuniętą o 3 próbki kopią sygnału $x[n]$?
Wskazówka: Zajrzyj do punktu opisującego właściwości przekształcenia Fouriera.

b) Jaki sygnał $x_1[n]$ uzyskamy, gdy równoważną operację wykonamy na widmie obliczonym za pomocą N-punktowej DTF? Sformułuj warunki (na sygnał i na sposób obliczenia transformaty), jakie trzeba spełnić, aby uzyskać poprawne przesunięcie.

c) *(*trudne) Czy za pomocą takiej operacji można przesunąć sygnał o pół odstępu próbkowania?
Wskazówka: Rozważ dwie wersje odpowiedzi – przesunięcie samego sygnału dyskretnego oraz przesunięcie chwili próbkowania sygnału dyskretnego względem oryginalnego sygnału analogowego.

9) Ile mnożeń potrzeba, aby obliczyć 8-punktową dyskretną transformatę Fouriera bezpośrednio ze wzoru, a ile za pomocą algorytmu FFT? Jak liczby te wyglądają dla rozmiaru transformaty równego 1024?

10) Nie przyglądając się rysunkowi widm okien (w części teoretycznej), oblicz z definicji jaka powinna być w skali liniowej wysokość głównego prążka widma dla:
a) okna prostokątnego,
b) okna Bartletta,
c) okna Hanna.

2.3. Eksperymenty do wykonania w laboratorium

2.3.1. Badanie widm rzeczywistych sygnałów dyskretnych

W ramach niniejszego punktu przeanalizowane zostaną widma następujących sygnałów rzeczywistych:
– impulsu prostokątnego

$$x[n] = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leqslant n \leqslant N-1 \\ 0 & \text{dla pozostałych } n. \end{cases} \tag{2.1}$$

– impulsu kosinusoidalnego o pulsacji (częstości kołowej) unormowanej θ_0

$$x[n] = \begin{cases} \cos(\theta_0 \cdot n) & \text{dla } 0 \leqslant n \leqslant N-1 \\ 0 & \text{dla pozostałych } n. \end{cases} \tag{2.2}$$

2.3.1.1. Widmo impulsu prostokątnego

W podpunkcie tym zbadamy zmiany widma amplitudowego impulsu prostokątnego (2.1) w zależności od czasu jego trwania N (zauważ, że czas trwania sygnału[1] jest wyrażony w próbkach).

W tym celu wykorzystana zostanie w Matlabie funkcja `LCPS_unit`. Funkcja ta generuje impulsy prostokątne o podanym czasie trwania, a następnie oblicza ich widmo (zgodnie z definicją widma dyskretnego sygnału o ograniczonej energii, z pewnym uproszczeniem pozwalającym na obliczenie numeryczne[2]). Na koniec funkcja wyświetla wykresy sygnału i modułu jego widma (patrz: help).

Przykładowe wywołanie funkcji dla $N = [5, 10, 15]$ przedstawiono poniżej:

```
N = [5, 10, 15];
LCPS_unit(N);
```

Wybierz odpowiedni dla Twojego stanowiska zestaw wartości czasu trwania impulsu prostokątnego N z tabeli 2.1. ***Zanotuj*** wybrane wartości N, a następnie dla każdej wartości N zanotuj częstotliwość unormowaną, dla której występuje pierwsze miejsce zerowe.

Zanotuj

Tabela 2.1. Wartości parametru N dla różnych stanowisk

Stanowisko	1, 4, 7, 10, 13	2, 5, 8, 11	3, 6, 9, 12
N	5, 10, 25	5, 15, 20	10, 15, 25

***Odpowiedz na pytanie*:** Jaki jest związek szerokości listka głównego (mierzonej odstępem najbliższych miejsc zerowych widma) z czasem trwania sygnału (określonym liczbą N) – podaj zależność.

Odpowiedz

Wskazówka: Przypomnij sobie znaleziony analitycznie wzór na widmo impulsu prostokątnego z czasem dyskretnym.

Nie zamykaj okien z wykresami – będą potrzebne do porównania w następnym zadaniu.

2.3.1.2. Widmo sygnału kosinusoidalnego

W zadaniu tym zbadamy zmiany widma amplitudowego impulsu kosinusoidalnego (2.2) w zależności od czasu jego trwania N. W tym celu wykorzystana zostanie procedura w Matlab-ie `LCPS_cos` (patrz: help). Eksperyment należy przeprowadzić przy dowolnie ustalonej wartości częstotliwości unormowanej sygnału kosinusoidalnego, np. $f_0 = 0{,}2$ ($\theta_0 = 2\pi f_0$).

[1] Mamy tu na myśli czas, w którym sygnał ma niezerową wartość, a nie czas, w którym sygnał w ogólności jest określony.

[2] Uproszczenie to polega na obliczeniu ok. 1000 próbek widma – które, jak wiadomo, jest ciągłą funkcją częstotliwości; dla sygnałów, które badamy w ćwiczeniu, widmo spróbkowane wystarczająco dobrze przybliża prawdziwe widmo.

Przykładowe wywołanie funkcji przedstawiono poniżej:

```
f0 = 0.2;
N = ...; \% użyj wartości z tabeli
LCPS_cos(N, f0);
```

W tym eksperymencie użyj tych samych, co poprzednio, trzech wartości czasu trwania sygnału kosinusoidalnego N z tabeli 2.1. Dla każdej wartości N ***zanotuj*** częstotliwość unormowaną dla której występują najbliższe minima wokół listka głównego. **Uwaga:** W zależności od kombinacji N i f_0 mogą to być miejsca zerowe jak w poprzednim zadaniu, lub tylko zauważalne minima.

Zanotuj

Porównaj kształt widma amplitudowego impulsu prostokątnego (z poprzedniego zadania) i kosinusoidalnego dla tej samej długości N.

Odpowiedz

***Odpowiedz na pytanie*:** Czy i jak na podstawie znajomości widma amplitudowego impulsu kosinusoidalnego (2.2) można oszacować czas trwania tego sygnału?

Zadanie extra Powtórz eksperyment dla ustalonego czasu trwania sygnału (np. środkowej z trzech wartości wskazanych w tabeli) i różnych jego częstotliwości unormowanych (np. $f_0 = 0{,}05$, $0{,}25$ i $0{,}45$). W tym celu należy wywołać funkcję `LCPS_cos` w następujący sposób:

```
N = 20;
f0 = [0.05, 0.25, 0.45];
LCPS_cos(N, f0);
```

Odpowiedz

***Odpowiedz na pytanie*:** Dlaczego zmiana częstotliwości sygnału, oprócz (oczywistego) przesunięcia widma, powoduje również zmianę kształtu jego listków bocznych?

2.3.2. Dyskretna transformata Fouriera sygnału o skończonym czasie trwania

W kolejnych eksperymentach kod Matlabowy zapisywany będzie zgodnie ze zwyczajem, panującym w środowisku sygnałowym, gdzie sygnały oznacza się małymi literami, a ich widma – odpowiadającymi im literami wielkimi.

Do obliczania DTF w Matlabie służy funkcja `fft(x,L)` której parametrami są wektor sygnału oraz rozmiar (długość) transformaty. W tym zadaniu będziemy jednak używali specjalnej procedury[3] `LCPS_dtf(x,L)`, która wyświetla DTF na tle wykresu widma, obliczanego tak jak w funkcjach `LCPS_unit` i `LCPS_cos`.

2.3.2.1. DTF jako spróbkowane widmo sygnału o ograniczonej energii

Dla impulsu prostokątnego $x[n]$ o czasie trwania $N = 2 \cdot numerstanowiska$ oblicz L-punktową DTF dla $L = N, 2N, 3N$.

```
N=...; %liczba niezerowych próbek w sygnale
```

[3] Oczywiście wewnątrz naszej procedury wywoływana jest funkcja `fft`.

```
x=ones(N,1);
X=LCPS_dtf(x,L); % L - rozmiar transformaty
```

Uwaga: Funkcja `LCPS_dtf()` otwiera dwa okna – w jednym wykres widma rysowany jest w skali liniowej, w drugim w logarytmicznej. W skali logarytmicznej *nie będą zaznaczone próbki o wartości zero* – warto więc odsłonić sobie oba okna.

***Odpowiedz na pytania*:** **Odpowiedz**
– W ilu punktach θ_k następuje próbkowanie widma $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})$ sygnału $x[n]$?
– Jaka jest odległość w częstotliwości[4] między próbkami widma?

2.3.2.2. Zadanie extra Okresowe powielenie sygnału wskutek próbkowania widma

Dla sygnału identycznego jak w poprzednim zadaniu (impuls prostokątny o czasie trwania $N = 8$) oblicz L-punktową DTF, a następnie odtwórz sygnał M-punktową ODTF. Do odtwarzania użyj procedury[5] `LCPS_odtf(X,M)`. Pierwszym parametrem procedury jest widmo sygnału, natomiast parametr M powoduje, że sygnał odtworzony jest wyznaczany dla $0 \leqslant n \leqslant M-1$, zgodnie ze wzorem $x_{0p}(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_0(k)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nk/N}$, który dla pewnej klasy sygnałów (przypomnij sobie jakiej) jest poprawny także dla $M \geqslant L$.

Wykonaj poniższy eksperyment, powtarzając dwie ostatnie linie kodu dla różnych wartości $L = 8, 16, 64$. Dla każdej z tych wartości ***zanotuj okres sygnału*** odtworzonego z L próbek widma. **Zanotuj**

```
N=8; % czas trwania impulsu
L=.... % rozmiar transformaty
x=ones(N,1);
M=128; % liczba odtwarzanych próbek
X=LCPS_dtf(x,L);
xx=LCPS_odtf(X,M);
```

Uwaga: Może się zdarzyć wskutek błędów obliczeniowych, że w odtworzonym sygnale pojawi się bardzo niewielka składowa urojona. Należy ją zignorować (a także wynikające z niej ostrzeżenia).

***Odpowiedz na pytania*:** **Odpowiedz**

1) Jaki warunek muszą spełniać liczby N (czas trwania sygnału) oraz L (wymiar DTF), aby sygnał można było poprawnie odtworzyć za pomocą ODTF?

---

[4] Jeżeli nie mamy odniesienia do fizycznego czasu lub rzeczywistego sygnału, a operujemy wyłącznie ma sygnale dyskretnym, to słowo „częstotliwość” używane jest w znaczeniu „częstotliwość unormowana”.

[5] Procedura `LCPS_odtf` wewnętrznie oblicza ODTF ze wzoru definicyjnego, aby móc obliczyć próbki dla $M \geqslant L$; w zwykłych zastosowaniach najczęściej używa się standardowej funkcji Matlaba `ifft()`.

2) *pytanie extra* Czy sygnał o nieskończonym czasie trwania (np. taki, co do którego wiemy, że należy do klasy ℓ_2, ale nic nie wiemy o liczbie jego niezerowych próbek) można odtworzyć na podstawie znajomości L próbek jego widma?

Wskazówka: Każda próbka transformaty Fouriera jest liniową kombinacją próbek sygnału: $X(\theta) = \sum_n x(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\theta}$ W związku z tym odtworzenie sygnału z DTF jest matematycznie równoważne rozwiązaniu pewnego układu równań liniowych. Zastanów się, ile będzie w nim równań, a ile niewiadomych.

2.3.3. Dyskretna transformata Fouriera sygnału okresowego

Badany będzie sygnał okresowy:

$$x_p[n] = \cos n\theta_0 \qquad -\infty < n < \infty \tag{2.3}$$

o ustalonej pulsacji $\theta_0 = 2\pi/K$. Oczywiście do badania pobierzemy skończoną liczbę próbek sygnału – na tym polega DTF. Będziemy więc badać, jak różne aspekty pobierania wycinka sygnału wpływają na obliczane widmo.

2.3.3.1. DTF sygnału uciętego do całkowitej liczby okresów

Wygeneruj wycinek sygnału (2.3) o okresie $K = 32$, zawierający $N = 64$ próbek. Wyznacz N-punktową DTF, a następnie $2 \cdot N$-punktową ODTF i przeanalizuj otrzymany przebieg czasowy. Korzystaj z następujących procedur[6]:

```
N=64;
K=32;
x=cos((0:N-1)*2*pi/K);
X=LCPS_dtf(x,N);
xx=LCPS_odtf(X,2*N);
```

Uwaga: Może się zdarzyć wskutek błędów obliczeniowych, że w odtworzonym sygnale pojawi się bardzo niewielka składowa urojona. Należy ją zignorować (a także wynikające z niej ostrzeżenia Matlaba).

Odpowiedz
?

***Odpowiedz na pytania*:**

1) Czy odtworzony sygnał xx jest zgodny ze swoim okresowym pierwowzorem (2.3)? Odpowiedź uzasadnij na gruncie analizy widma badanego „wycinka”.

2) Jaki jest okres sygnału odtworzonego?

3) Jaki jest okres sygnału (2.3)?

Odpowiedz
?

Powtórz powyższy eksperyment dla $N = 128$. ***Odpowiedz na pytanie*:** Kiedy sygnał okresowy można odtworzyć bez zniekształceń na podstawie znajomości DTF skończonego fragmentu tego sygnału? Jaki parametr sygnału musi być znany?

[6] Niestandardowa funkcja `LCPS_odtf(X,L)` oblicza `L` punktów w dziedzinie czasu; standardowa funkcja Matlaba `ifft(X,LX)` uzupełnia zerami *widmo* do długości `LX`, co w naszym eksperymencie nie na sensu.

2.3.3.2. DTF sygnału uciętego do niecałkowitej liczby okresów

Powtórz poprzedni eksperyment dla innej pulsacji sygnału (2.3), przyjmując K równe $40 - 2 \cdot N_s$, gdzie N_s to numer Twojego stanowiska, oraz $N = 64$.

***Odpowiedz na pytania*:** Odpowiedz

1) Jaki jest teraz okres sygnału $x[n]$?
2) Jaki jest okres sygnału odtworzonego z N próbek widma?
3) Dlaczego sygnał jest zniekształcony? Porównaj DTF otrzymaną w tym eksperymencie z DTF otrzymaną w poprzednim eksperymencie.
4) Jakie metody znane Ci z wykładu można zastosować, aby zmniejszyć zniekształcenia widma wynikające ze skończonego czasu obserwacji?

Zadanie extra Wykonaj to samo dla $N = 128$ i porównaj wyniki.

2.3.3.3. **Zadanie extra** DTF z uzupełnieniem sygnału zerami (zero-padding)

Zadanie w wersji z symulacją w Matlabie jest zadaniem dodatkowym. Obowiązkowa jest wersja wykonywana na sygnale rzeczywistym za pomocą LabView (2.3.3.4).

Spróbujemy zwiększyć rozdzielczość DTF w częstotliwości poprzez uzupełnienie zaobserwowanego fragmentu sygnału `x` zerami do długości `L`. W Matlabie w tym celu wystarczy użyć funkcji standardowej `fft(x,L)` – w tym zadaniu jednak użyjemy procedury `LCPS_dtfzp(x,L)`, która po obliczeniu `fft` tworzy wykres widma. Procedura ta działa podobnie do `LCPS_dtf`, lecz wizualizuje widmo w sposób lepiej dostosowany do niniejszych eksperymentów – łączy linią próbki DTF.

Usuń pootwierane okna wykresów.

Wygeneruj całkowitą liczbę okresów sygnału okresowego (użyj parametrów z zadania 2.3.3.1). Oblicz i wyświetl widmo:

- bez uzupełnienia zerami,
- z uzupełnieniem zerami do `2*N` oraz `3*N` próbek.

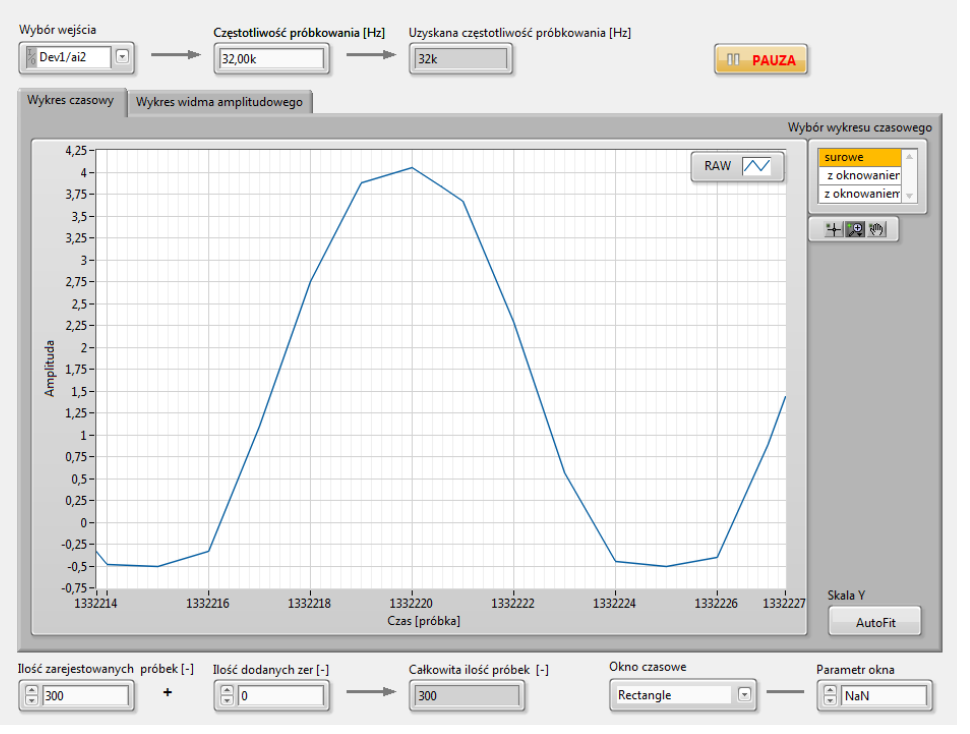
Naszkicuj fragment widma dla $L = 3N$ tak, aby pokazać listek główny i największe listki boczne. Naszkicuj

Dla trzech długości transformaty zanotuj poziom najwyższych listków bocznych (w dB względem listka głównego). Zanotuj

Wygeneruj sygnał ucięty do niecałkowitej liczby okresów (jak w zadaniu 2.3.3.2). Dla takiego sygnału również wyświetl widma dla $L = N, 2N, 3N$ próbek.

Porównaj wyniki dla powyższych sześciu przypadków, zajrzyj też do kolegów (każdy wybierał inny okres sygnału uciętego).

***Odpowiedz na pytanie*:** W jakich przypadkach uzupełnienie zerami poprawiło szanse „trafienia" w maksimum widma, a w jakich tylko spowodowało zaciemnienie rysunku? Odpowiedz



Rysunek 2.1. Panel czołowy analizatora widma

2.3.3.4. DTF rzeczywistego sygnału okresowego

Zbadaj w praktyce, jak dobór długości transformaty i uzupełnianie zerami wpływają na widmo; do eksperymentów użyj generatora sygnału analogowego oraz analizatora widma sygnału zbudowanego na bazie LabView. W tym celu:

- Sygnał z generatora uniwersalnego podłącz do wejścia AI2 panelu NI i do oscyloskopu.
- Za pomocą skrótu (na pulpicie) uruchom `spectrum analyzer`. Panel czołowy analizatora pokazano na rys. 2.1.
  Przed uruchomieniem przyrządu ustaw parametry:
  Wybór wejścia – Dev1/ai2; jest to numer kanału wejściowego (zakładamy, że sygnał jest podłączony do wejścia AI2),
  częstotliwość próbkowania – 32 kHz.
- Uruchom przyrząd wirtualny (przyciskiem ze strzałką).
- Sprawdź, czy sygnał widoczny na ekranie nie wykazuje oznak przekraczania dopuszczalnej amplitudy dla przetwornika; w razie potrzeby ustaw amplitudę na generatorze.
- Wybierz okno czasowe typu „rectangle” – parametr okna nie jest wtedy istotny.

Zmieniaj częstotliwość sygnału i liczbę dodanych zer (ewentualnie także liczbę próbek) aby uzyskać:

– Możliwie czytelne widmo sygnału bez uzupełnienia zerami („liczba dodanych zer”=0).
– Widmo tego samego sygnału po uzupełnieniu zerami do podwójnej i potrójnej długości.

Dla kilku (np. trzech) wybranych przypadków zanotuj parametry sygnału (częstotliwość, liczba zebranych próbek) i ustawienia DTF. Oblicz i zanotuj okres sygnału. Krótko opisz widoczne na widmie efekty. **Zanotuj**

2.3.4. Widmo sygnału opóźnionego

Celem eksperymentu jest analiza widma sygnału opóźnionego $x[n-d]$ i porównanie go z widmem sygnału $x[n]$, gdzie d jest ustaloną liczbą naturalną (opóźnieniem). Porównanie obu widm należy dokonać za pomocą procedury `LCPS_del`, która opóźnia podany sygnał o podaną liczbę próbek i rysuje wykresy pozwalające porównać widma.

Zamknij zbędne wykresy: `close all`.

Wygeneruj sygnał stały o skończonym czasie trwania $N = 5$ i za pomocą procedury `LCPS_del` porównaj widmo tego sygnału z widmem jego kopii opóźnionej o d próbek, gdzie d jest równe numerowi Twojego stanowiska.

```
N = 5;
x=ones(N,1);
d=....;
LCPS_del(x,d);
```

Zaobserwuj widma fazowe obu sygnałów. Wyznacz z przebiegu wyświetlanego na ekranie nachylenie charakterystyki fazowej sygnału opóźnionego i powiąż je z opóźnieniem. ***Zanotuj*** odczytane z wykresu wartości, sposób obliczenia i wyniki. **Zanotuj**

Wskazówka: Wyznacz najpierw nachylenie fazy sygnału oryginalnego i uznaj je za stan początkowy. Nachylenie warto mierzyć na odcinku, na którym nie występuje gwałtowna zmiana fazy. Przypomnij sobie teoretyczny wzór na widmo sygnału przesuniętego w czasie o n_0.

2.3.5. Zastosowanie okien czasowych

2.3.5.1. Właściwości okien

Zaobserwuj przebieg czasowy wybranych typów okien i ich widma amplitudowe. Wykorzystaj gotowe narzędzie Matlaba „Window Design & Analysis Tool” – uruchom je poleceniem `window`.

W protokole umieść tabelę według poniższego wzoru:

Typ okna	Szerokość listka gł.	Pierwszy listek boczny	Najwyższy listek boczny	Zmiana listków z f
	(częstotliwość unorm.)	(dB poniżej gł.)	(dB poniżej gł.)	opisz w skrócie

Zanotuj

W tabeli ***zanotuj*** właściwości okien:
- prostokątnego,
- Bartletta,
- Hamminga,
- Kaisera z parametrem `beta` równym 5 oraz 8.

Szerokość listka głównego określ jednostronnie – poprzez odległość pierwszego miejsca zerowego widma od $f = 0$.

Odpowiedz

***Odpowiedz na pytanie*:** Czym różnią się poszczególne typy okien? Spróbuj sformułować jakościowo prawidłowość wiążącą szerokość listka głównego i wysokość listków bocznych.

2.3.5.2. Zastosowanie okien w analizie widmowej

Wykonaj jeszcze raz eksperyment z punktu 2.3.3, tzn. obliczanie widma sygnału okresowego z zastosowaniem okna prostokątnego, nadal przyjmując K równe $40 - 2 \cdot N_s$, gdzie N_s to numer Twojego stanowiska:

```
x=cos((0:63)*2*pi/K);
X=LCPS_dtf(x,64); % Wycinek sygnału o długosci 64 próbki
xx=LCPS_odtf(X,128); % Odtworzenie 128 próbek
```

i zaobserwuj efekt rozerwania sygnału – w przedziale obserwacji nie mieści się całkowita liczba okresów sygnału. Zauważ, że widmo jest zniekształcone – nie jest pojedynczym prążkiem.

Pomnóż sygnał $x[n]$ przez okno Kaisera $g[n]$ i powtórz powyższy eksperyment dla sygnału $y[n] = x[n]g[n]$.

```
y=kaiser(64,6).*x';
Y=LCPS_dtf(y,64);
yy=LCPS_odtf(Y,128);
```

Odpowiedz

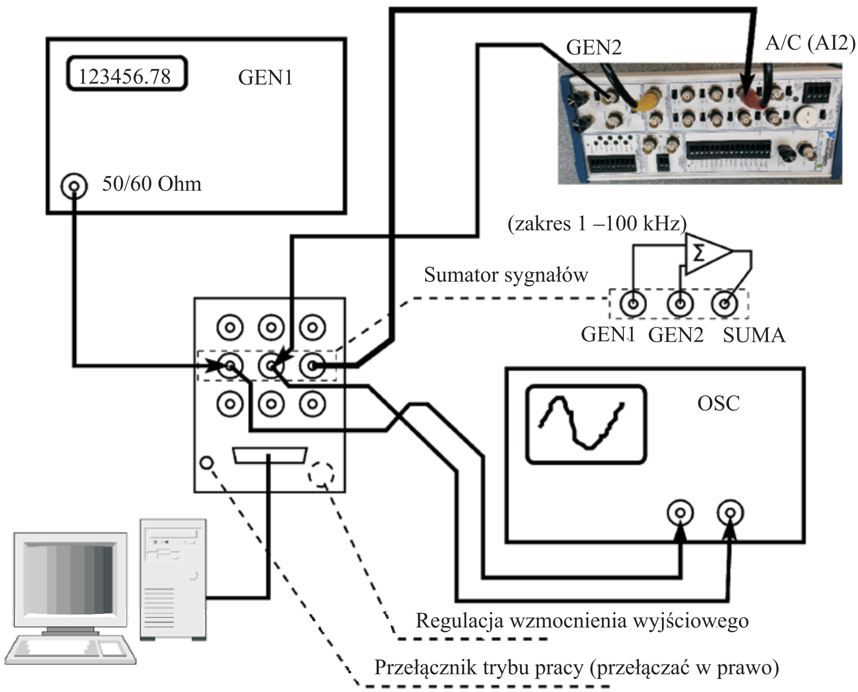
Zaobserwuj i porównaj widma sygnałów dla okna prostokątnego (X) i okna Kaisera (Y).Oblicz (w dB) różnice w poziomie listków bocznych widma względem maksimum listka głównego. ***Odpowiedz na pytanie*:** O ile dB zmniejszył się poziom listków bocznych widma i dlaczego? Zauważ, że w sygnale odtworzonym z próbek widma (z zastosowaniem okna Kaisera) nie wystąpiła „nieciągłość”.

2.3.5.3. Rozdzielczość widmowa – badania z wykorzystaniem sygnałów rzeczywistych

W tym podpunkcie zbadamy zastosowanie okien w analizie widmowej i ich rozdzielczość widmową z wykorzystaniem rzeczywistych sygnałów zarejestrowanych kartą akwizycji NI. Analizować będziemy sygnał będący złożeniem dwóch sygnałów kosinusoidalnych o różnych częstotliwościach.

Wyjścia dwóch niezależnych generatorów podamy na sumator sygnałów analogowych (w kasecie laboratoryjnej). Wykorzystamy generator uniwersalny oraz moduł generatora w panelu laboratoryjnym National Instruments BNC-2120. Wyjście WY sumatora podłączymy do wejścia akwizycji danych w panelu.

- Połącz układ pomiarowy zgodnie z rysunkiem 2.2. **Uwaga:** Wzmacniacz w kasecie laboratoryjnej pracuje w trybie sumatora gdy przełącznik w dolnym lewym rogu modułu jest ustawiony w prawej skrajnej pozycji.



Rysunek 2.2. Schemat połączenia aparatury: analiza sumy dwóch sygnałów

- Ustaw generator nr 1 tak, aby otrzymać sygnał sinusoidalny o amplitudzie $A = 5$ V i częstotliwości unormowanej $f_{1n} \approx 0{,}4$ po jego spróbkowaniu z częstotliwością próbkowania $f_s = 48$ kHz. Ustaw generator nr 2 tak, aby otrzymać sygnał sinusoidalny o amplitudzie $A = 5\ V$ i częstotliwości unormowanej bliskiej częstotliwości generatora nr 1, np: $f_{2n} \approx 0{,}405$. Do weryfikacji ustawień generatorów wykorzystaj oscyloskop. ***Zanotuj wybrane częstotliwości (unormowane i rzeczywiste).*** Zanotuj
- Z folderu LCPSVIs (na pulpicie) uruchom `spectrum analyzer`.
  Ustaw parametry:
  Wybór wejścia – Dev1/ai2; jest to numer kanału wejściowego (zakładamy, że sygnał jest podłączony do wejścia

AI2),
częstotliwość próbkowania – 48 kHz.

- Sprawdź, czy sygnał widoczny na ekranie nie wykazuje oznak przekraczania dopuszczalnej amplitudy dla przetwornika; w razie potrzeby ustaw amplitudę na generatorze.
- Wybierz odpowiednią liczbę próbek (np. 32) – liczba ta jest jednocześnie długością okna.
- Zmieniaj wybraną liczbę próbek (przy oknie prostokątnym, bez uzupełniania zerami) i zbadaj, przy jakiej długości okna daje się rozróżnić na widmie obie składowe. ***Zanotuj tę długość***.

Zanotuj

- Eksperyment powtórz dla różnych rodzajów okien i dla różnej liczby zer dodanych do analizowego sygnału, za każdym razem notując potrzebną długość okna. ***Odpowiedz na pytanie*****:** Dla którego z okien można najlepiej rozróżnić składowe widma o bliskich częstotliwościach? Jak dodawanie zer wpływa na możliwość takiego rozróżnienia?

Odpowiedz

?

2.3.5.4. Rozróżnianie sygnałów o znacząco różnych mocach

- Utwórz sumę sygnałów o różnych amplitudach i częstotliwościach za pomocą sumatora. Używając przyrządu wirtualnego `spectrum analyzer` obserwuj widmo sygnału sumacyjnego obliczone z zastosowaniem okna prostokątnego. Ustaw na generatorze 2 sygnał o małej amplitudzie i znacząco różniącej się częstotliwości – tak aby jego sygnał zginął w listkach bocznych widma sygnału z generatora 1.

  Zanotuj ustawione parametry sygnałów.

Zanotuj

- Teraz dobierz okno, które pozwala najlepiej wyróżnić składową widma o małej amplitudzie pochodzącą z generatora nr 2.

  Zanotuj rodzaj wybranego okna i pokaż uzyskany rezultat prowadzącemu.

Zanotuj

2.3.5.5. Zadanie extra Rozdzielczość widmowa – badania symulacyjne

- Wygeneruj sygnał o długości $N = 32$ będący superpozycją trzech kosinusoid o częstotliwościach $f_1 = 0{,}23$, $f_2 = 0{,}26$, $f_3 = 0{,}38$ i amplitudach odpowiednio $A_1 = 1$, $A_2 = 0{,}9$ i $A_3 = 0{,}07$

```
N=32;
A=[1,0.9,0.07];
f=[0.23,0.26,0.38];
[x,y]=LCPS_gencos(N,A,f);
```

- Dla tego sygnału obejrzyj 256-punktową DTF, a następnie wymnóż ten sygnał przez okno Hamminga i również wyznacz 256-punktową DTF.

```
LCPS_dtf(y,256);
z=y.*hamming(32);
LCPS_dtf(z,256);
```

***Odpowiedz na pytanie*:** Jakie efekty zastosowania okna ułatwiają, a jakie utrudniają rozróżnienie w przypadku sygnałów położonych blisko siebie w częstotliwości; jak to wygląda w przypadku sygnałów o bardzo różnych amplitudach? Które okna bedą „dobre” w jednym, a które w drugim przypadku? **Odpowiedz** ?

2.3.5.6. $\boxed{\text{Zadanie extra}}$ Efekty uzupełniania zerami – eksperymenty z sygnałem symulowanym

Efekty te pokażemy na przykładzie następującego sygnału:

$$y[n] = A_1 \cos n\theta_1 + A_2 \cos n\theta_2, \quad 0 \leqslant n \leqslant N-1 \tag{2.4}$$

o długości N, będącego sumą dwóch składowych kosinusoidalnych. Na ekranie obserwować będziemy moduł L-punktowej DTF obliczonej dla różnych wartości L ($L = 16, 32, 64, 512$) przy stałej liczbie próbek $N = 16$ sygnału o postaci (2.4). Jeśli $L > N$, to przetwarzany blok danych musi zostać uzupełniony zerami do długości L, co dzieje się automatycznie w funkcji `LCPS_dtfzp`.

Funkcja `LCPS_dtfzp` działa podobnie do `LCPS_dtf`, lecz wizualizuje widmo w sposób lepiej dostosowany do niniejszych eksperymentów – łączy linią próbki DTF.

- Rozpocznij od eksperymentu z tylko jedną składową. Wyłącz drugą składową ustawiając amplitudę $A_2 = 0$, i dowolną wartość θ_2 (np. $0.215 \cdot 2\pi$). Dla pierwszej składowej sygnału załóż $A_1 = 1$, $\theta_1 = 0.1375 \cdot 2\pi$, $N = 16$ i oblicz L-punktową DTF.

  Sygnał (2.4) o zadanych parametrach otrzymaj za pomocą procedury `LCPS_gencos` (patrz `help`), natomiast DTF wyznacz za pomocą procedury `LCPS_dtfzp`. W tym celu należy wykonać następującą sekwencję instrukcji:

  ```
  N=16;
  L=...% wstaw wybrane wartości
  A=[1,0]; % wektor amplitud
  f=[0.1375,0.215]; % wektor częstotliwości
  [x,y]=LCPS_gencos(N,A,f);
  LCPS_dtfzp(y,L);
  ```

  dla $L = 16, 32, 64, 512$ (przypominamy, że w procedurze tej wektor sygnału ma wymiar L – blok danych jest automatycznie uzupełniany zerami). Zaobserwuj zmniejszenie odległości między próbkami widma ze wzrostem L i ***zanotuj*** maksymalny poziom listków bocznych widma (zauważ, że ucięcie sygnału jak w (2.4) równoważne jest matematycznie zastosowaniu okna prostokątnego). **Zanotuj**

- Powtórz powyższy eksperyment włączając obie składowe sygnału, tj. dla $A_2 = 0.225$, $\theta_2 = 0.215 \cdot 2\pi$, przy pozostałych parametrach takich samych jak poprzednio.

  ***Odpowiedz na pytanie*:** Czy na wykresie widma obliczonego poprzez DFT dla $L = 16$ można zauważyć, że sygnał zawiera dwie składowe kosinusoidalne? Czy zwiększenie L „zwiększa szanse” na wykrycie „małej” składowej? **Odpowiedz** ?

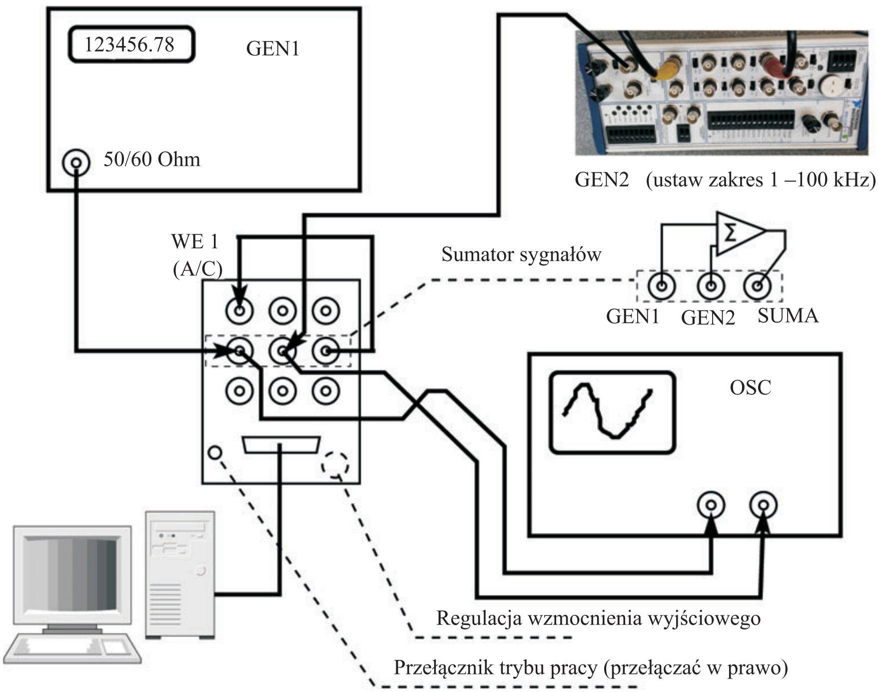
Zanotuj

Zanotuj, jaka jest (subiektywnie) graniczna wartość L, przy której widać obecność słabej składowej.

2.3.6. Miniprojekt – rozróżnialność widmowa (ciuciubabka)

Niniejsze zadanie (ciuciubabka[7]) wymaga interakcji między studentami. Na każdym stanowisku należy poprosić sąsiada (w razie niemożności – można poprosić prowadzącego) o przygotowanie sygnału badanego w tajemnicy przed nami. Następnie, nie znając parametrów przygotowanego przez sąsiada sygnału, należy usiłować oszacować te parametry.

Wykorzystamy układ z dwoma generatorami i sumatorem (jak w p. 2.3.5.3), lecz wyjście WY sumatora podłączymy w kasecie do przetwornika A/C (WE1) w celu rejestracji próbek sygnału i ich wczytania do środowiska MATLAB.



Rysunek 2.3. Schemat połączenia aparatury: miniprojekt – ciuciubabka

Połącz układ pomiarowy umożliwiający zarejestrowanie sygnału dla Matlaba – zgodnie z rysunkiem 2.3. **Uwaga:** Wzmacniacz w kasecie laboratoryjnej pracuje w trybie sumatora gdy przełącznik w dolnym lewym rogu modułu jest ustawiony w prawej skrajnej pozycji.

---

[7] Kto nie zna tej zabawy – ciuciubabka polega na tym, że jeden zawodnik (zwany „ciuciubabką”) ma zawiązane oczy i szuka pozostałych zawodników, kierując się niepełną informacją, tj. wyłącznie słuchem.

Następne punkty wykonuje na Twoim stanowisku sąsiad – *ustawiacz*. Ty zapewne pełnisz rolę *ustawiacza* na jego stanowisku, a na swoim jesteś *badaczem*.

Wybierz częstotliwość próbkowania oraz częstotliwości i amplitudy dwóch sygnałów sinusoidalnych, które – po zsumowaniu – będzie musiał rozróżnić *badacz*. Sprawdź wartości oscyloskopem i zanotuj w miejscu niedostępnym dla badacza (np. w swoim sprawozdaniu). *Badaczowi* ujawnij tylko częstotliwość próbkowania.

Zastanów się, ile próbek należy zarejestrować, aby wykonanie zadania przez *badacza* było w ogóle możliwe. Daj *badaczowi* fory – zarejestruj co najmniej $2\times$ tyle próbek, wykonując polecenia Matlaba:

```
fs=48000; % częstotliwość próbkowania
Ts=1/fs; % okres próbkowania
N=....; % liczba rejestrowanych próbek
xg=LCPS_getdata(N,1,Ts);
figure; plot(xg);title('Rzeczywisty sygnał')
```

Sprawdź, czy sygnał zarejestrowany wygląda *rozsądnie*.

Nie rozłączaj stanowiska i nie zmieniaj nastaw, ale zadbaj, aby ustawienia nie były widoczne (wyłącz oscyloskop, przełącz częstościomierz na inne wejście). **Odtąd *badacz* powraca do komputera.**

Analizując pozostawiony przez sąsiada sygnał `xg` spróbuj odtworzyć jakie były parametry sygnałów. Zgodnie z umową wiesz, że w nagraniu są dwie sinusoidy i znasz częstotliwość próbkowania.

Spory

Ewentualne spory co do „podłożonej świni[8]" rozsądza prowadzący. Jedną z możliwości jest poproszenie *ustawiacza*, żeby udowodnił, iż zadanie jest rozwiązywalne. Inną – zarejestrowanie większej liczby próbek (ustawienia miały się nie zmienić) i drugie podejście.

---

[8] Podobno „podłożyć świnię" jest rusycyzmem – rzeczywiście po rosyjsku można znaleźć mnóstwo hipotez na temat pochodzenia tego wyrażenia, a po polsku Google nic mądrego nie zwraca.