

OPTYMALIZACJA W PROJEKTOWANIU: PROPOZYCJA WYKORZYSTANIA ODMIENNEGO MODELU UPROSZCZONEGO

Mariusz Kamola ^{a, b}

^aNaukowa i Akademicka Sieć Komputerowa, ul. Wąwózowa 18, 02-796 Warszawa, email: Mariusz.Kamola@nask.pl

^bInstytut Automatyki i Informatyki Stosowanej, Politechnika Warszawska, ul. Nowowiejska 15/19, 00-665 Warszawa, email: mkamola@ia.pw.edu.pl

Streszczenie – Prezentowana tu procedura projektowa umożliwia skonstruowanie hybrydowego algorytmu optymalizacji dostosowanego do konkretnego zadania optymalnego projektowania systemu, którego skomplikowane zachowanie jest modelowane przez specjalizowane oprogramowanie (symulator). Na etapie doboru metod składowych algorytmu hybrydowego postulowane jest korzystanie z modelu systemu uproszczonego w sensie liczby zmiennych decyzyjnych, ale zachowującego własności (istotne z punktu widzenia optymalizacji) systemu pierwotnego. Skuteczne działanie proponowanej metodyki jest demonstrowane na dwóch przykładach praktycznych: doboru optymalnego punktu pracy elektrociepłowni przyzakładowej i doboru optymalnych wymiarów falowodu.

I. WSTĘP

Rozważmy problemy realizowanego komputerowo projektowania systemów, czyli takie, w których oprogramowanie modelujące zachowanie danego systemu jest sprzęgnięte z oprogramowaniem optymalizacyjnym po to, aby automatycznie znajdować wartości zmiennych decyzyjnych zapewniające optymalną pracę modelowanego systemu. Oprogramowanie symulacyjne, nazywane też symulatorem albo procedurą analizującą zachowanie systemu, na podstawie wektora zmiennych decyzyjnych wyznacza wartości pozostałych zmiennych, zależnych, które w pełni opisują działanie systemu. Dodatkowo, na wartości tak zmiennych decyzyjnych jak i zależnych nałożone są stosunkowo proste ograniczenia (z reguły — kostkowe). Takie zadania optymalizacji można zapisać formalnie:

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) , \quad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{cases} h_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \\ \vdots \\ h_N(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \end{cases} , \text{ w skrócie } \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} , \quad (2)$$

gdzie \mathbf{x} jest wektorem zmiennych decyzyjnych, a \mathbf{y} — wektorem zmiennych zależnych. Funkcja celu jest oznaczona przez $f(\cdot)$, a zależność \mathbf{y} od \mathbf{x} (zakodowana w oprogramowaniu symulacyjnym) jest

reprezentowana przez funkcję $\mathbf{h}(\cdot)$. Dodatkowe ograniczenia są zapisane w postaci:

$$\mathbf{x} \in D_x , \quad (3)$$

$$\mathbf{y} \in D_y . \quad (4)$$

Należy zauważyć, że specyfika zadań rozpatrywanej klasy wynika właściwie wyłącznie z niekorzystnych właściwości zależności (2). W przeciwieństwie do (1), (3) i (4), których postać jest prosta i regularna, (2) reprezentuje skomplikowaną numeryczną procedurę analizy zachowania systemu i nastęrcza problemów trzech rodzajów:

1. Istnieją wartości \mathbf{x} , dla których rozwiązanie (2) jest niemożliwe. Zbiory wartości \mathbf{x} , dla których można rozwiązać (2) mogą mieć własności znacznie utrudniające optymalizację.
2. Zależność (2), w połączeniu z prostym ograniczeniem (4) na wartości zmiennych zależnych, określa obszary dopuszczalnych wartości \mathbf{x} , które — podobnie jak w poprzednim punkcie — mogą mieć niekorzystne własności.
3. Wzór (2) definiuje w sposób niejawną zależność \mathbf{y} od \mathbf{x} ; natura tejże zależności oddziałuje przez (prosto określoną) $f(\cdot)$ na ostateczną zależność wskaźnika jakości od \mathbf{x} . Zależność ta — podobnie jak w poprzednich punktach — może mieć bardzo niekorzystne, z punktu widzenia teorii optymalizacji, własności.

Należy wyraźnie rozgraniczać przypadki określone w p. 1 i 2, mimo, że oba dotyczą ograniczeń implikowanych i tego, jak ostatecznie wpływają one na zbiór wartości dopuszczalnych zmiennych decyzyjnych. O ile w p. 2 można wyznaczyć \mathbf{y} z \mathbf{x} (choć naruszane jest ograniczenie (4)), o tyle w p. 1 dla pewnych \mathbf{x} nie jest w ogóle możliwe określenie stanu modelowanego systemu. Ostatecznie, w przypadku niepowodzenia modelowania nie można określić nawet w jakim stopniu ograniczenia zostały przekroczone, bo nie istnieje żadne wiarygodne rozwiązanie \mathbf{y} symulacji, więc nie można zdefiniować miary przekroczenia ograniczeń.

II. DWA PROBLEMY PRAKTYCZNE

Poniżej zostały przedstawione dwa praktyczne zadania projektowania wykorzystującego zaawansowane specjalizowane pakiety do modelowania.

Prezentują one najdobitniej skalę trudności definiowanych przez nie zadań optymalizacji — por. [4].

II.1 Optymalizacja punktu pracy elektrociepłowni

Zadanie ma na celu określenie punktu pracy (przepływów, temperatur, entalpii, ciśnień i mocy w instalacji) elektrociepłowni przyzakładowej, który zapewnia najniższy możliwy koszt produkcji pary technologicznej o zadanych własnościach. Opisywana elektrociepłownia składa się z 5 kotłów i 5 turbozespołów, przy czym para jest rozdzielana na turbozespoły przez centralny kolektor. Para technologiczna jest uzyskiwana przez mieszanie par o różnych parametrach (pobranech z upustów na poszczególnych stopniach turbin) w 3 kolektorach zasilających instalację zakładu. Schemat technologiczny elektrociepłowni uzupełniają inne niezbędne urządzenia: reduktory, odgazowywacze, skraplacze i pompy.

Do modelowania opisywanej instalacji wykorzystano specjalizowane oprogramowanie powstałe w Instytucie Techniki Ciepłej Politechniki Warszawskiej. Korzysta się w nim z tzw. modeli fizykalnych, czyli wykorzystujących w maksymalnym stopniu wiedzę teoretyczną i inżynierską o poszczególnych elementach instalacji, a w minimalnym — technikę strojenia modeli uniwersalnych danymi pobranymi z instalacji. Modele fizykalne większości elementów instalacji są silnie nieliniowe, co wynika m.in. ze zamian stanu skupienia czynnika roboczego (wody).

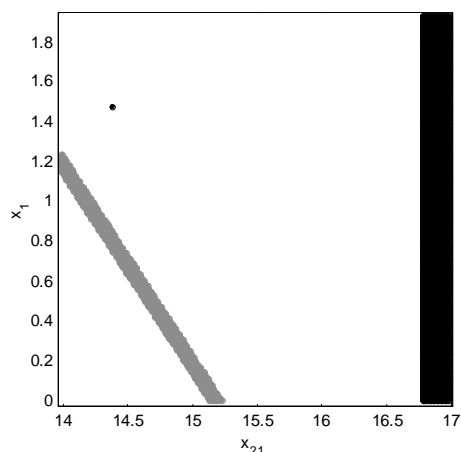
Na podstawie wartości 21 zmiennych decyzyjnych oprogramowanie wylicza wartości pozostałych 539 zmiennych, opisujących w sposób kompletny stan instalacji. Niestety, dla pewnych wartości \mathbf{x} oprogramowanie nie jest w stanie znaleźć rozwiązania \mathbf{y} . Wynikać to może:

- ze stanów wyjątkowych, w jakich znalazłaby się instalacja dla danego \mathbf{x} ; wtedy podejmowana jest decyzja o awaryjnym wyłączeniu instalacji;
- z niedoskonałości przyjętego modelu, np. z założenia, że pewne kombinacje wartości zmiennych decyzyjnych nie będą podawane przez operatora (zakładany standardowy tryb obsługi), podczas gdy oprogramowanie optymalizacyjne generuje je automatycznie;
- z błędów implementacyjnych modelu, np. niedopracowanych kryteriów zatrzymania iteracji.

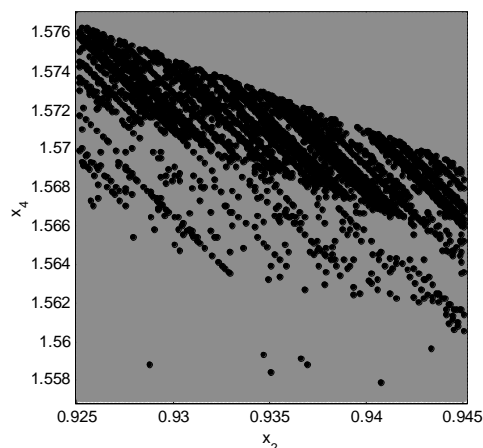
Każda z tych przyczyn jest bardzo trudna do usunięcia, albo dlatego, że jest immanentną cechą obiektu (pierwszy przypadek), albo dlatego, że kod źródłowy jest bardzo hermetyczny lub wręcz w ogóle nie udostępniony (pozostałe przypadki).

Na rys. 1 i 2 przedstawiono dwuwymiarowe przekroje przestrzeni zmiennych \mathbf{x} , gdzie zaznaczono rodzaj naruszanego ograniczenia: obszary białe odpowiadają wartościom dopuszczalnym, obszary szare — wartościom, dla których wyznaczone symulacyjnie wartości \mathbf{y} nie spełniają ograniczeń (4), obszary czarne — wartościom, dla których symulacja kończy się niepowodzeniem.

Z rys. 1 wynika, że ograniczenie (4), odwzorowane w przestrzeni zmiennych decyzyjnych może dzielić zbiór decyzji dopuszczalnych na rozłączne podzbiory. Natomiast wpływ ograniczenia wynikającego z niemożności rozwiązania układu równań (2) jest jeszcze poważniejszy (por. rys. 2): czarne punkty odpowiadające temu ograniczeniu formują jakby pasy o różnym stopniu, czy odsetku, nieudanych symulacji systemu. Oba wykresy są reprezentatywne; podobne wyniki uzyskano badając przekroje przestrzeni zmiennych decyzyjnych względem innych elementów \mathbf{x} .



Rys. 1. Ograniczenia implikowane obu rodzajów wykreślone w przestrzeni zmiennych decyzyjnych (wybrany przekrój dwuwymiarowy).



Rys. 2. Skomplikowane kształty zbiorów decyzji, dla których symulacja kończy się niepowodzeniem.

Wskaźnikiem jakości w tym zadaniu jest koszt pracy elektrociepłowni w jednostce czasu [PLN/s]; wyraża się on jako koszt zużywanego węgla i pracy pomp tłoczących wodę do walczaków, pomniejszony o sumę zysków ze sprzedaży energii elektrycznej wytworzonej przez wszystkie turbozespoły. Jest więc prostą, liniową funkcją wybranych elementów \mathbf{y} , lecz z uwagi na skomplikowane zależności w modelu, wskaźnik jakości wykreślony w funkcji zmiennych decyzyjnych wykazuje typowe cechy spotykane w zadaniach rozpatrywanej klasy: nieprzewidywalne małe fluktuacje („szum” numeryczny) i nagłe skoki wartości. Zostaną one omówione

w opisie następnego zadania praktycznego: optymalizacji wymiarów falowodu.

II.2 Optymalizacja wymiarów falowodu

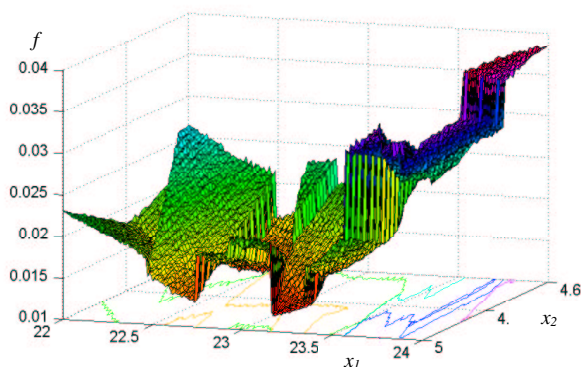
Zadanie ma na celu dobranie niektórych wymiarów falowodu o określonej strukturze tak, aby jego charakterystyka była jak najlepsza. Falowód ma kształt kolanka o przekroju kwadratowym i metalowych ścianach, wypełnionego powietrzem jako medium propagacji fali elektromagnetycznej. Trzy zmienne decyzyjne określają kształt zagięcia falowodu, tj. wymiary fazek wykonanych w narożnikach i umożliwiających zmianę kierunku fali.

Dla wyznaczenia wartości funkcji celu symulator dostarczony przez Instytut Radioelektroniki Politechniki Warszawskiej dokonuje symulacji propagacji fali, a następnie oblicza współczynniki odbicia dla częstotliwości w zadanym zakresie. Pożądane jest, aby wartości współczynników nie były zbyt duże w całym rozpatrywanym przedziale częstotliwości. Miara niespełnienia tego wymagania jest tu funkcją celu:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{v}\|_{L_p} = \begin{cases} \max_i v_i & \text{gdy } p = \infty \\ \sqrt[p]{\sum_i v_i^p} & \text{w p.p.} \end{cases}, \quad (5)$$

$$\text{gdzie } v_i = \begin{cases} 0 & \text{gdy } y_i < b_i \\ a_i(y_i - b_i) & \text{w p.p.} \end{cases}.$$

Funkcja celu (5) jest więc normą L_p z wektorowej, liniowej funkcji kary ze współczynnikami a_i , aktywowanej, gdy współczynnik odbicia y_i dla pewnej częstotliwości przekroczy określoną dla niego wartość graniczną b_i .



Rys. 3. Nieregularności powierzchni funkcji celu w zadaniu projektowania falowodu

Dla niewielkich wartości parametru p funkcja celu jest różniczkowalna i nie wykazuje nagłych uskoków ani szumów. Jednak pożądane jest szukanie optimum przy dużym p , a więc w normie maksimum lub zbliżonej. Wówczas objawiają się niekorzystne cechy $f(\cdot)$, sygnalizowane w opisie poprzedniego zadania, a widoczne na rys. 3, gdzie przedstawiono wykres poziomicowy i powierzchnię funkcji celu dla wybranych dwóch zmiennych decyzyjnych. Wi-

doczne są zarówno nagłe zmiany wartości funkcji, jak i chropowatość powierzchni.

Wraz ze wzrostem dyskretyzacji przestrzeni, uskoki te są coraz liczniejsze, ale też coraz mniejsze. Można więc sądzić, że wynikają one z przełączeń, z aktywowania kolejnych komórek dla zmieniającej się szerokości fazki (dyskretyzacja następuje automatycznie w symulatorze) i nieciągłości temu towarzyszącym. Oznaczałoby to, że uskoki nie są cechą modelowanego obiektu, lecz artefaktem modelowania. Niemniej jednak, z punktu widzenia optymalizacji nie mogą one zostać usunięte, gdyż nie dysponujemy wiedzą, jak to zrobić i jaką aproksymacją je zastąpić. Trzeba więc poszukiwać optimum używając takiego modelu, jaki został nam dany.

III. OPTIMALIZACJA: DWA PODEJŚCIA

W zadaniach rozpatrywanej klasy proces symulacji, czy też analizy zachowania układu dla wybranych wartości zmiennych decyzyjnych stanowi kluczową przeszkodę. Po pierwsze dlatego, że wprowadza do samej definicji zadania optymalizacji utrudnienia (wymienione we wstępie) uniemożliwiające stosowanie szybkich i zaawansowanych (np. gradientowych) metod poszukiwania optimum. Po drugie dlatego, że sam jest czasochłonny, co w połączeniu ze stosowaniem metod poszukiwań prostych daje czasy projektowania nierzadko rzędu tygodni — niedopuszczalnie długo, patrząc z rynkowej perspektywy. Dlatego też w podejściu standardowym tworzy się i przeważnie korzysta z modelu uproszczonego obiektu.

Poniżej zostanie przedstawione podejście standardowe projektowania, polegające właśnie na korzystaniu z modelu uproszczonego w sensie dokładności. Następnie zostanie zaprezentowane proponowane i przetestowane przez autora podejście polegające na korzystaniu z modelu uproszczonego w sensie wymiarowości zadania, prowadzące do skonstruowania optymalnej (dla konkretnego zadania i modelu) hybrydowej procedury optymalizacji, gotowej do zastosowania dla modelu oryginalnego. Należy zauważyć, że oba podejścia zalecają powrót do korzystania z modelu oryginalnego w końcowej fazie optymalizacji.

III.1 Podejście standardowe

Zastosowanie modelu uproszczonego rozkłada się na trzy zagadnienia: jaki rodzaj modelu zastosować, jakich danych użyć do nastrojenia modelu i jak wykorzystywać oba modele w optymalizacji.

Wybór modelu. Zastosowanie uniwersalnego modelu podstrajanego w miarę postępu optymalizacji jest nazywane metodyką powierzchni odpowiedzi (RSM – response surface methodology). Początkowo stosowane były modele wielomianowe rosnącego rzędu. Obecnie stosowane są powszechnie — oprócz sieci neuronowych — RSM Bayesa

i Krigginga. Istnieją zintegrowane pakiety do optymalizacji powiązanej z symulacją umożliwiające użytkownikowi definiowanie lub podłączanie własnych modeli uproszczonych, które kosztem niewielkiej utraty dokładności działają o rząd wielkości szybciej.

Wybór danych do strojenia. To zagadnienie jest nazywane projektowaniem eksperymentów (DOE — design of experiments); polega na określeniu, w których punktach przestrzeni zmiennych decyzyjnych należy uruchomić symulację dokładną tak, by pozyskać dane pozwalające dostroić model uproszczony. Najpopularniejsze strategie to losowy wybór punktów (random sampling), wybór punktów kratowych (factorial sampling) i macierze ortogonalne (orthogonal arrays), a w szczególności bardzo popularna metoda Taguchi.

Modele a metody optymalizacji. Metoda musi być dobrana do cech modelu, ale możliwość korzystania z oryginalnego bądź uproszczonego modelu daje duże możliwości tworzenia algorytmów hybrydowych, tj. składających się z różnych kilku procedur optymalizacji, uruchamianych po kolei. RSM daje teoretycznie możliwość stosowania konsekwentnie tylko jednej, wydajnej metody gradientowej (np. sekwencyjnego programowania kwadratowego — SQP, czy uogólnionego gradientu zredukowanego — GRG, obie bardzo popularne, zob. [5]). W praktyce jednak we wstępnej fazie optymalizacji stosuje się metody poszukiwań prostych. Najpopularniejsze z nich to metoda Nelder-Meada, symulowanego wyżarzania, poszukiwań sympleksowych i — przede wszystkim — strategię ewolucyjną.

Należy zauważyć, że nierzadko, z uwagi na niekorzystne własności ograniczeń i funkcji celu, stosowanie RSM jest niemożliwe i metody poszukiwań prostych pozostają jedynym narzędziem w zadaniu optymalizacji.

Warto przeanalizować, jak dostępne na rynku profesjonalne, zintegrowane narzędzia do realizowanego komputerowo projektowania systemów radzą sobie z pewnymi, istotnymi w świetle podanych przykładów praktycznych, kwestiami:

- Czy umożliwiają podłączenie zewnętrznego modułu modelującego widzianego jako „czarna skrzynka” (dostępne tylko wejście x i wyjście y);
- Czy umożliwiają użytkownikowi dołączenie własnego modułu z dowolną procedurą optymalizacji;
- Czy potrafią automatycznie skomponować skuteczną hybrydową procedurę optymalizacji;
- Czy umożliwiają podłączenie zewnętrznego modelu RSM;
- Czy radzą sobie z sytuacjami, gdy symulacja zawodzi (nie można rozwiązać (2) i wyznaczyć y)?

Zestawienie cech wybranych pakietów optymalizacji umieszczono w tabeli 1, gdzie w kolejnych wierszach znakami „+” i „-” określono, czy narzędzie posiada cechy wymienione w punktach $a-e$ (znak zapytania oznacza, że dana informacja była niedostępna i powinien raczej być utożsamiany z odpo-

wiedzią przeczącą). Widać dużą wagę przywiązaną przez producentów do kwestii współpracy z modułami symulującymi (zagadnienia a i e). Użytkownik może podłączać rozmaite symulatory. Natomiast ma bardzo ograniczony wpływ na działanie optymalizacji (zagadnienia b i c) oraz technik pomocniczych (d).

TABELA 1
CECHY WYBRANYCH PAKIETÓW OPTIMALIZACJI

Narzędzie	a)	b)	c)	d)	e)
HyperWorks [3]	- ¹	- ²	?	?	+ ³
DAKOTA [1]	+	- ⁴	+ ⁵	-	+
ModelCenter [6]	+	+	?	?	?
iSight [6]	+	-	?	+	+
Epogy [2]	+	+	+	+	+

¹ Dołączono wyspecjalizowane moduły modelujące zachowanie odlewów, dynamiki części mechanicznych itp.

² Możliwe podłączenie wielu popularnych solverów.

³ Specjalna obsługa osobliwości w obsługiwanych modelach.

⁴ Dostępny kod źródłowy, możliwe dowolne zmiany.

⁵ Możliwa zdefiniowanie przez użytkownika przed rozpoczęciem optymalizacji dowolnego algorytmu hybrydowego.

Jest to oczywiste; wszak możliwość sprzęgania z dowolnymi symulatorami jest istotą działania opisywanych uniwersalnych narzędzi do optymalizacji. Niemniej niepokojące jest powszechne ograniczanie swobody użytkownika w kwestii wyboru strategii optymalizacji.

III.2 Podejście proponowane

Proponowane jest zatem alternatywne podejście do rozwiązywania zadań komputerowo wspomaganego optymalnego projektowania. Wymaga ono od użytkownika nieco większej wiedzy o zagadnieniach optymalizacji, ale stawia mniejsze wymagania jeśli chodzi o rozumienie działania wykorzystywanego modelu. Zakłada się, że użytkownik, postępując według opracowanej procedury projektowej, będzie w stanie skonstruować hybrydowy algorytm optymalizacji dopasowany do konkretnego problemu — a co za tym idzie dość skuteczny i wydajny, ażeby znaleźć rozwiązanie optymalne korzystając wyłącznie z modelu dokładnego.

Jako że skonstruowanie takiego skutecznego i wydajnego hybrydowego algorytmu optymalizacji wymaga szeregu eksperymentów, potrzebny będzie model obiektu szybki — a więc będący wersją uproszczoną modelu wyjściowego. W odróżnieniu od RSM, uproszczenie powinno zachowywać naturę modelu oryginalnego (niespójność dziedziny, nieciągłości i szumy funkcji celu, niepowodzenia symulacji). Postuluje się zatem, by uproszczenie — i wynikające zeń przyspieszenie symulacji pozwalające na liczne eksperymenty z algorytmami optymalizacji — polegało na redukcji wymiarowości modelowanego problemu.

Proponowana procedura projektowa, przedstawiona w pełni w [4], składa się z następujących kroków-zaleceń:

- Opracowanie modelu obiektu uproszczonego, tj. modelu o zmniejszonej wymiarowości, ale posia-

dającego cechy charakterystyczne wyjściowego obiektu.

2. Wybór metod składowych hybrydowego algorytmu optymalizacji, bazujący na dotychczasowej wiedzy o problemie, jeśli jest dostępna. Jeśli nie — wybór jednej globalnej i jednej lokalnej metody poszukiwań prostych.
3. Rozwiązanie zadania uproszczonego wytypowanym algorytmem hybrydowym. Jeśli jest to niemożliwe, z uwagi na pojawiające się nieprzychylnie właściwości zadania, należy:
 - dokonać właściwych, prostych modyfikacji wybranych algorytmów tak, skutecznie zaradzić problemom, ewentualnie
 - powrócić do punktu 2 procedury.
4. Wyznaczenie właściwych kryteriów przełączania z metody globalnej na lokalną.
5. Zastosowanie opracowanego algorytmu do rozwiązania zadania wyjściowego.

IV. PROPONOWANA PROCEDURA W ZASTOSOWANIU DO PROBLEMÓW PRAKTYCZNYCH

Poniżej przedstawiono wykonanie kolejnych kroków procedury z rozdz. III.2, zastosowanej do rozwiązania zadań praktycznych zaprezentowanych w rozdz. II.1 i II.2.

IV.1 Optymalizacja punktu pracy elektrociepłowni

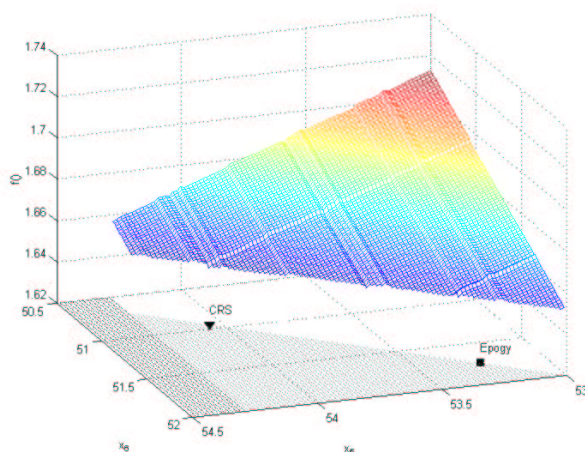
Ad 1. Z uproszczonego systemu usunięto trzy turbozespoły i urządzenia pomocnicze. Pozwoliło to zmniejszyć liczbę zmiennych decyzyjnych zadania z 21 do 9, a czas symulacji z 0,5 do 0,2 s. Pozostawiono elementy konfiguracji powodujące wszystkie niekorzystne zjawiska: kotły i turbiny o bardzo nieliniowych charakterystykach oraz wspólne kolektory rozdzielcze sprzęgające instalację w jeden układ.

Ad 2. Istniały przesłanki (opinie ekspertów), aby zakwalifikować metodę sterowanego przeszukiwania losowego (CRS — controlled random search) jako wstępną, a GRG — jako końcową. Wytypowanie GRG wiązało się z nadziejami na pomyślną wiarygodną estymację gradientów warunkującą działanie metody.

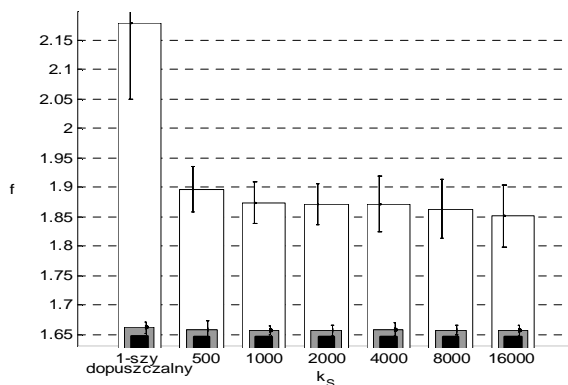
Ad 3. Działanie metody CRS nie budziło zastrzeżeń. Najlepsza znaleziona przez CRS w serii uruchomień wartość funkcji celu wyniosła 1,646, ale nakład obliczeniowy potrzebny do jej uzyskania był olbrzymi (CRS nie jest odpowiednią metodą do przeprowadzenia optymalizacji do samego końca z uwagi na umiejscowienie rozwiązania na ograniczeniu; por. rys. 4). Z kolei niemożność poprawnej estymacji gradientów funkcji celu uniemożliwiła zastosowanie GRG. Dlatego zdecydowano się powrócić do p. 2.

Ad 2. Jako lokalną metodę optymalizacji wybrano metodę ograniczonego sympleksu (COMPLEX — constrained simplex). Jest to metoda poszukiwań prostych, dobrze przystosowana do ograniczeń implikowanych przez (2) oraz (4).

Ad 3. Uruchomienie metody COMPLEX wymagało pewnych zmian w algorytmie zapobiegających przedwczesnemu zatrzymywaniu się procesu optymalizacji w miejscach, gdzie napotymano niewypukłość obszaru dopuszczalnego (por. rys. 1). Zmiany te umożliwiły poprawę o 5% jakości rozwiązania. Polepszenie ma charakter jakościowy, lecz oczywiście pociąga za sobą zwiększenie nakładu obliczeniowego.



Rys. 4. Położenie rozwiązań wyznaczonych na dwa sposoby w podprzestrzeni zmiennych decyzyjnych x_5 i x_6 .



Rys. 5. Średnie wartości funkcji celu dla rozwiązań znajdowanych przez CRS (białe słupki), a następnie COMPLEX (szare słupki) oraz wartości najlepsze znalezione w serii 100 uruchomień algorytmu hybrydowego (czarne słupki). Pionowe kreski obrazują odchylenia standardowe od wartości średnich.

Ad 4. Przeanalizowano dwa kryteria, według których mogłoby następować przełączanie z CRS na COMPLEX. Kryterium sprawnościowe (przełączenie w wyniku ustania postępu optymalizacji w CRS) okazało się niewłaściwe: z powodu losowej natury algorytmu chwile przełączeń następowały niemalże losowo i nie były dobrym kryterium. Natomiast przełączenie po wykonaniu określonej liczby k_s oszacowań $f(\cdot)$ skutkowało regularnością wyników. Wynika z nich, że najlepszą wydajność uzyskuje się uruchamiając COMPLEX jak najszybciej, tj. z pierwszego punktu dopuszczalnego znalezionego przez CRS. Na rys. 5 przedstawiono wartości średnie wyników uzyskanych przez metody składowe i wynik najlepszy; okazuje się, że jakość rozwiązania ostatecznego praktycznie nie zależy od jakości punktu startowego. Przy takiej, bardzo prostej, regu-

le przełączania rozwiązanie o średniej wartości funkcji celu 1,66 uzyskujemy po ok. 2600 wywołaniach $f(\cdot)$. Dla porównania, pakiet Epogy znajduje wynik 1,65 (zlokalizowany jak na rys. 4) po ok. 25 tys. oszacowań $f(\cdot)$.

Ad 5. Opracowany algorytm CRS/COMPLEX bez jakichkolwiek dalszych modyfikacji pomyślnie znajduje rozwiązanie zadania pierwotnego. Znalezione rozwiązanie zostało uznane przez specjalistów za rozsądne.

IV.2 Optymalizacja wymiarów falowodu

Ad 1. Uproszczenie modelowanego obiektu miało w tym przypadku charakter testowy i symboliczny: ustalono wartość jednej ze zmiennych decyzyjnych i otrzymano zadanie dwuwymiarowe. Tak naprawdę jednak to model wyjściowy był już pewnym uproszczeniem i jedynie częścią potencjalnie większego i bardziej złożonego elementu mikrofalowego, nad którego modelowaniem i optymalizacją toczyły się dopiero prace wstępne. Niemniej jednak algorytm hybrydowy został opracowywany dla modelu dwuwymiarowego.

Ad 2. Jako algorytm optymalizacji wstępnej wytypowano CRS (gdyż potwierdzone zostało istnienie optimum lokalnych). Jako algorytm optymalizacji dokładnej wybrano procedurę Powella, sprawdzoną w jeszcze wcześniejszych próbach automatyzacji znajdowania optymalnego projektu falowodu.

Ad 3. Testy algorytmu CRS wykazały bardzo wysoką skuteczność tak, że zaniechano przełączania na algorytm Powella.¹

Ad 5. CRS użyty w zadaniu 3-wymiarowym okazał się istotnie mniej wydajny niż poprzednio, więc rozważono powrót do idei algorytmu CRS/Powell, i do p. 4 procedury.

TABELA 2
SKUTECZNOŚĆ RÓŻNYCH METOD OPTIMALIZACJI

Wskaźnik	Powell	CRS/Powell ^a	CRS/Powell ^b	CRS
n	167	223	338	1000
r	8%	38%	58%	49%
N	6000	1397	1167	4449

^a Przełączenie z CRS na Powella po 130 oszacowaniach $f(\cdot)$.

^b Przełączenie z CRS na Powella po 260 oszacowaniach $f(\cdot)$.

Ad 4. Testy kryterium przełączania bazującego na liczbie oszacowań funkcji celu (analogicznie jak w zadaniu z elektrociepłownią) pokazały, że korzystanie z algorytmu hybrydowego jest bardzo opłacalne. Jeśli przyjąć za miarę skuteczności liczbę N potrzebnych oszacowań funkcji celu², by uzyskać satysfakcjonujące (w sensie wartości funkcji celu) rozwiązanie z prawdopodobieństwem p , to stosowanie algorytmu CRS/Powell może przynieść aż 4-krotny wzrost skuteczności. W tabeli 2, zawierającej zestawienie charakterystycznych cech różnych te-

stowanych algorytmów, odpowiadają temu wzrostowi wyniki dla algorytmu Powella aktywowanego po 260 oszacowaniach $f(\cdot)$.

Należy zauważyć, że w odróżnieniu od przykładu elektrociepłowni jak najszybsze przełączanie z metody globalnej na lokalną nie jest regułą uniwersalną; w tym przykładzie rzeczywiście istnieje pewna optymalna liczba k_S oszacowań $f(\cdot)$, po której należy aktywować metodę Powella.

Dla zadania projektowania falowodu istnieją przesłanki, żeby sądzić, iż dla rosnącej wymiarowości zaprojektowany algorytm hybrydowy nie będzie optymalny. (Wynika to zarówno z doświadczeń przeprowadzonych tutaj, jak i wstępnych testów dla większej liczby zmiennych decyzyjnych). Można więc mniemać, że istnieją zadania, dla których da się opracować model uproszczony pozwalający posługiwać się proponowaną procedurą projektową, jak również są takie, dla których jest to niemożliwe.

V. PODSUMOWANIE

Prezentacja dwóch przykładów praktycznych napotkanych przez autora potwierdza, że zadania optymalnego projektowania realizowane komputerowo stanowią bardzo trudny i wymagający dział problemów optymalizacyjnych. Pokazano, że korzystanie z modeli uproszczonych jest niemalże konieczne, gdy chce się takie zadania rozwiązywać skutecznie i wydajnie.

Następnie zaproponowano alternatywne podejście do rozwiązywania takich zadań, mające oczywiście u podstaw posługiwanie się modelem uproszczonym, ale skonstruowanym odmiennie niż w RSM. Sformułowano je w postaci procedury projektowej i pokazano jego skuteczność na dwóch przykładach praktycznych. Niestety, nie udało się wskazać, dla jakie formalne warunki powinny być spełnione przy konstrukcji modelu uproszczonego, aby zaproponowana procedura była zawsze skuteczna.

LITERATURA

- [1] M. S. Eldred *et al.*, *DAKOTA, a multilevel parallel object-oriented framework for design optimization parameter estimation, uncertainty classification, and sensitivity analysis*, Raport SAND2001-3515, Sandia Laboratories, 2005.
- [2] *Epogy User's Guide*, Synaps Inc., Atlanta, 2003.
- [3] Altair Hyperworks, Witryna produktu dostępna pod adresem <http://www.altair.com/software/hw.htm>, 2006.
- [4] M. Kamola, *Algorithms for Optimisation Problems with Implicit and Feasibility Constraints*, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2004.
- [5] C. Poloni *et al.*, *The use of optimization algorithms in PSO*, Raport 4 Fenet Thematic Network, 2005.
- [6] A. T. Scott, *An evaluation of three commercially available integrated design framework packages for use in the Space Systems Lab Design*, Raport, Georgia Tech, <http://www.phoenix-int.com/library/papers.php>, 2006.

¹ Odstępstwo od reguły projektowej wynikało z pewnych warunków nie pozwalających na swobodną realizację zakładanego programu badań.

² Według zależności $N = n \log_{1-p}(1-p)$, gdzie n jest średnią liczbą oszacowań funkcji celu w jednym uruchomieniu algorytmu, a r jest odsetkiem uruchomień algorytmu, dla których uzyskano satysfakcjonujące rozwiązanie.