

Pola i fale: Ćwiczenia 5 :

Fala płaska w ośrodku bezstratnym

Prowadzący ćwiczenia:

mgr inż. Mateusz Marek Krysicki

Adres e-mail:

krysicki.politechnika@gmail.com

Strona www:

<http://staff.elka.pw.edu.pl/~mkrysick>

Konsultacje (proszę wcześniej o maila):

cz. 14:15-16:00, p.543

Materiał opracowany przez M. Krysickiego na podstawie wcześniejszych materiałów do przedmiotów POFA i EFWA opracowanych przez M. Celuch, W. Gwarka oraz B. Salskiego

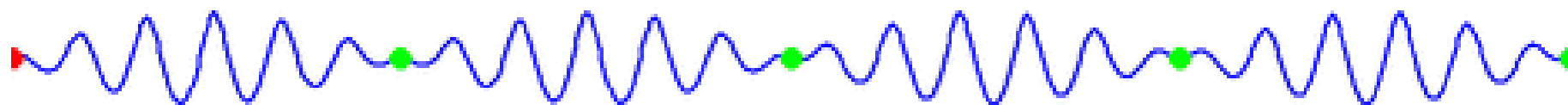
Zadanie

Dany jest zespolony wektor pola magnetycznego:

$$\underline{\vec{H}}(y, t) = \vec{i}_x 0.1 e^{j(\omega t - \beta y + \frac{\pi}{4})} \left[\frac{A}{m} \right].$$

- Zapisać równanie powierzchni stałej fazy.
- Określić prędkość przesuwania się powierzchni stałej fazy (prędkość fazową).
- Obliczyć prędkość grupową.
- Zapisać pełną postać rzeczywistą wektorów pola elektrycznego i magnetycznego.

Prędkość fazowa a prędkość grupowa



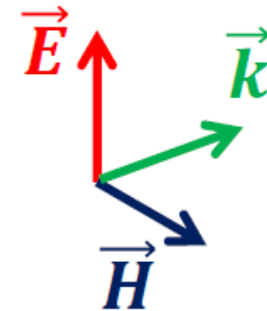
Czerwony punkt porusza się z prędkością fazową,
a zielony z prędkością grupową.

Fala płaska w ośrodku bezstratnym: właściwości

- Prędkość fali EM $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

- Wektory są ortogonalne $\vec{k} \perp \vec{E}$ $\vec{k} \perp \vec{H}$ $\vec{E} \perp \vec{H}$

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \times \vec{k} \quad \vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$



Fala płaska jest **falą poprzeczną** (transverse electromagnetic, TEM)

- Impedancja

Impedancja falowa $Z_f = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z_w$ Impedancja właściwa ośrodka

Zadanie

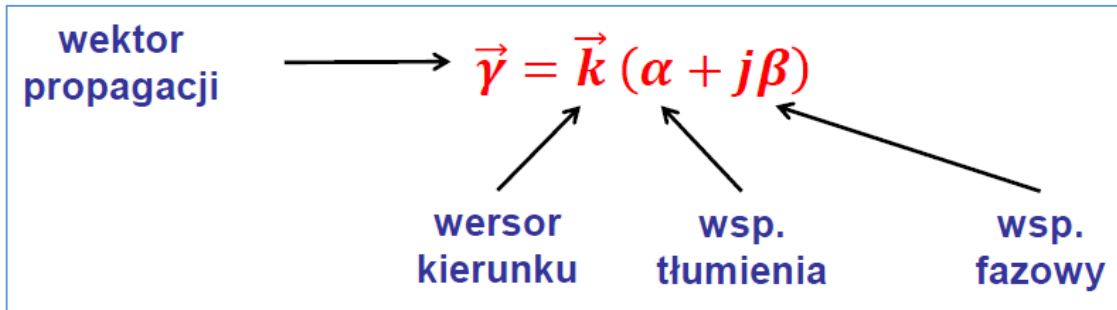
Dany jest zespolony wektor pola elektrycznego fali płaskiej w próżni:

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \left(2\vec{i}_x + 3\vec{i}_y + \frac{6,5\sqrt{3}}{3}\vec{i}_z \right) e^{j(\omega t - 2x - 3y + \beta_z z)} \left[\frac{V}{m} \right].$$

- Określić parametr β_z .
- Określić kierunek propagacji.
- Obliczyć częstotliwość.
- Podać wyrażenie zespolone i rzeczywiste opisujące pole magnetyczne.

Fala płaska: wzór ogólny

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = (E_x \vec{i}_x + E_y \vec{i}_y + E_z \vec{i}_z) e^{-\vec{\gamma} \vec{r}} e^{j\omega t}$$



Współczynnik fazowy: $\beta = |\vec{\beta}| = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v}$

Wersor kierunku: $\vec{k} = \frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|}$

$$e^{-\vec{\gamma} \vec{r}} = e^{-\alpha \vec{k} \vec{r}} e^{-j\vec{\beta} \vec{r}}$$

$$\vec{\beta} \vec{r} = [\beta_x, \beta_y, \beta_z][x, y, z]$$

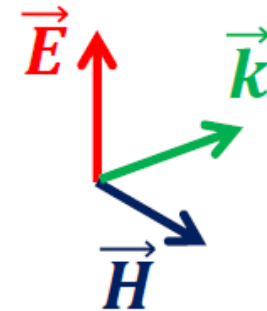
$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = (E_x \vec{i}_x + E_y \vec{i}_y + E_z \vec{i}_z) e^{-\alpha \vec{k} \vec{r}} e^{-j\vec{\beta} \vec{r}} e^{j\omega t}$$

Fala płaska w ośrodku bezstratnym: właściwości

- Prędkość fali EM $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

- Wektory są ortogonalne $\vec{k} \perp \vec{E}$ $\vec{k} \perp \vec{H}$ $\vec{E} \perp \vec{H}$

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \times \vec{k} \quad \vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$



Fala płaska jest **falą poprzeczną** (transverse electromagnetic, TEM)

- Impedancja

Impedancja falowa $Z_f = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z_w$ Impedancja właściwa ośrodka

Zadanie

Dany jest wektor pola magnetycznego w próżni:

$$\vec{H}(z, t) = \vec{i}_x H_0 \cos(\omega t) \cos(\beta_0 z) \left[\frac{A}{m} \right].$$

Znaleźć pole elektryczne dwoma metodami:

- a) stosując bezpośrednio równania Maxwella,
- b) korzystając z własności fali płaskiej.

Równania Maxwella

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \underline{\vec{E}} = -j\omega \underline{\vec{B}}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{J}} + j\omega \underline{\vec{D}}$$

Prąd przesunięcia

$$\nabla \vec{D} = \rho_v$$

$$\nabla \underline{\vec{D}} = \underline{\rho}_v$$

$$\nabla \vec{B} = 0$$

$$\nabla \underline{\vec{B}} = 0$$

$$\nabla \vec{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\nabla \underline{\vec{J}} = -j\omega \underline{\rho}_v$$

Równania materiałowe

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad \underline{\vec{D}} = \underline{\bar{\varepsilon}} \underline{\vec{E}}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \underline{\vec{B}} = \underline{\bar{\mu}} \underline{\vec{H}}$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Prąd przewodzenia

\vec{E} – pole elektryczne [V/m]

\vec{D} – indukcja elektryczna (wektor przesunięcia) [C/m²]

$\underline{\bar{\varepsilon}}$ – tensor przenikalności elektrycznej [F/m]

\vec{H} – pole magnetyczne [A/m]

\vec{B} – indukcja magnetyczna [Vs/m²] = [T]

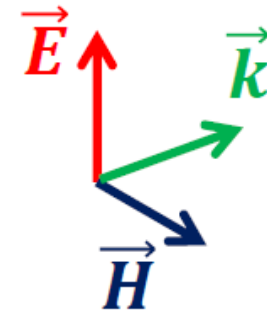
$\underline{\bar{\mu}}$ – tensor przenikalności magnetycznej [H/m]

Fala płaska w ośrodku bezstratnym: właściwości

- Prędkość fali EM $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

- Wektory są ortogonalne $\vec{k} \perp \vec{E}$ $\vec{k} \perp \vec{H}$ $\vec{E} \perp \vec{H}$

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \times \vec{k} \quad \vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$

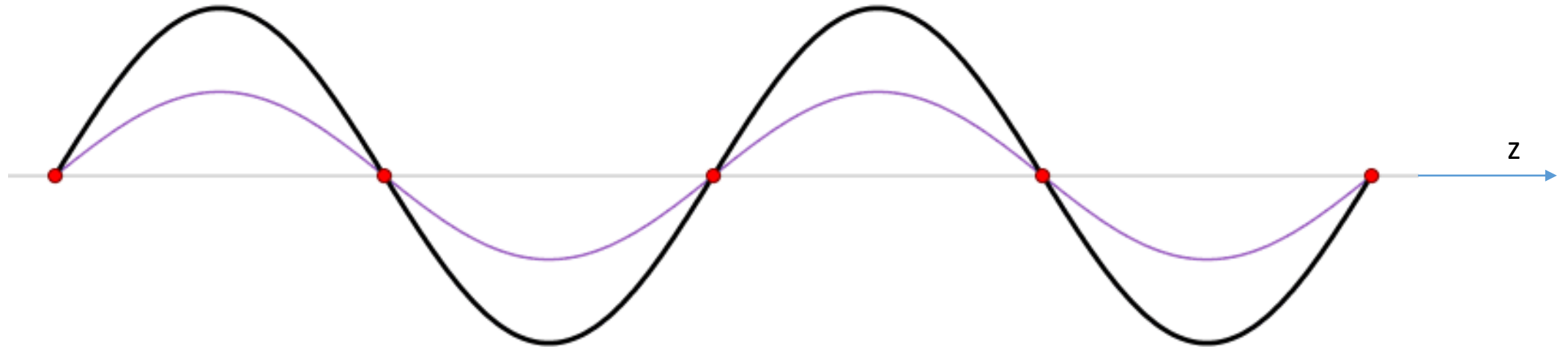


Fala płaska jest **falą poprzeczną** (transverse electromagnetic, TEM)

- Impedancja

Impedancja falowa $Z_f = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z_w$ Impedancja właściwa ośrodka

Fala stojąca



Fala stojąca (**czarna**) będąca złożeniem dwóch fal biegnących w tym samym kierunku, ale o przeciwnych zwrotach (**czzerwona** $-\vec{i}_z$ i **niebieska** $+\vec{i}_z$)