

Pola i fale: Ćwiczenia 6

Fala płaska w ośrodku stratnym

Prowadzący ćwiczenia:

mgr inż. Mateusz Marek Kryszicki

Adres e-mail:

kryszicki.politechnika@gmail.com

Strona www:

<http://staff.elka.pw.edu.pl/~mkryszick>

Konsultacje (proszę wcześniej o maila):

cz. 12:15-14:00, p.543

Materiał opracowany przez M. Kryszickiego na podstawie wcześniejszych materiałów do przedmiotów POFA i EFWA opracowanych przez M. Celuch, W. Gwarka oraz B. Salskiego



**Instytut Radioelektroniki
i Techniki Multimedialnych**

Zadanie 1

Amplituda pola elektrycznego maleje dwukrotnie na odcinku $1 [km]$ w kierunku propagacji fali. Wartości zerowe tego pola występują co $1 [m]$. Obliczyć:

- współczynnik tłumienia,
- współczynnik fazy.

Fala płaska: wzór ogólny

$$\underline{\vec{E}}(x, y, z, t) = \left(\underline{E}_x \underline{\vec{i}}_x + \underline{E}_y \underline{\vec{i}}_y + \underline{E}_z \underline{\vec{i}}_z \right) e^{-\underline{\vec{\gamma}} \underline{\vec{r}}} e^{j\omega t}$$

Wektor pola

(w którym kierunku pole ma wartości)

$$\underline{\vec{E}} = \text{Re} \left\{ \underline{E}_x \underline{\vec{i}}_x + \underline{E}_y \underline{\vec{i}}_y + \underline{E}_z \underline{\vec{i}}_z \right\}$$

Wektor propagacji:

$$\underline{\vec{\gamma}} = \underline{\vec{k}}(\alpha + j\beta)$$

Wektor kierunku

(kierunek poruszania się fali)

$$\underline{\vec{k}} = \frac{\underline{\vec{\beta}}}{|\underline{\vec{\beta}}|}$$

Współczynnik tłumienia:

α

Współczynnik fazowy:

$$\beta = |\underline{\vec{\beta}}| = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\underline{\vec{\beta}} \underline{\vec{r}} = [\beta_x, \beta_y, \beta_z][x, y, z]$$

$$\underline{\vec{E}} = \left(\underline{E}_x \underline{\vec{i}}_x + \underline{E}_y \underline{\vec{i}}_y + \underline{E}_z \underline{\vec{i}}_z \right) e^{-\alpha \underline{\vec{k}} \underline{\vec{r}}} e^{-j\beta \underline{\vec{r}}} e^{j\omega t}$$

Zadanie 2

Pole elektryczne w ośrodku niemagnetycznym dane jest zależnością:

$$\vec{E}(z, t) = 200 \vec{i}_x e^{-\alpha z} \cos\left(2\pi 10^9 t - \beta z + \frac{\pi}{12}\right) \left[\frac{V}{m}\right].$$

Wiedząc, że impedancja ośrodka wynosi:

$$Z = 100 e^{j30^\circ} [\Omega]$$

obliczyć pole magnetyczne. O ile zmaleje pole na odległości jednej długości fali?

Wskazówki:

- Skąd wiemy, że ośrodek jest stratny?
- Udowodnij, że $\gamma Z = j\omega\mu_0$.
- Oblicz α i β .

Współczynnik propagacji:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = j\omega \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

Współczynnik strat:

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$$

Impedancja właściwa ośrodka:

$$Z_w = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

Przenikalność elektryczna próżni $\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m} \right]$

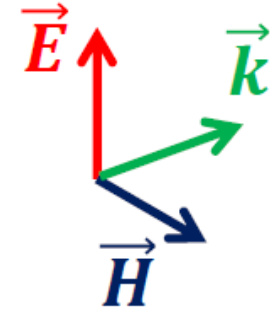
Przenikalność magnetyczna próżni $\mu_0 \approx 4\pi 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$

Fala płaska w ośrodku bezstratnym: właściwości

- Prędkość fali EM $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

- Wektory są ortogonalne $\vec{k} \perp \vec{E}$ $\vec{k} \perp \vec{H}$ $\vec{E} \perp \vec{H}$

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \times \vec{k} \qquad \vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$



Fala płaska jest **falą poprzeczną** (transverse electromagnetic, TEM)

- Impedancja

Impedancja falowa $Z_f = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z_w$ Impedancja właściwa ośrodka

Zadanie 3

W ośrodku o parametrach: $\sigma = 10^{-3} \left[\frac{S}{m} \right]$, $\varepsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$ rozchodzi się fala o częstotliwości

a) $f = 1 [Ghz]$

b) $f = 50 [Hz]$

Obliczyć:

$$Z = |Z|e^{j\phi}, \gamma = \alpha + j\beta, \lambda, v_p.$$

Czy ośrodek można traktować jako quasi-dielektryk dla dowolnej częstotliwości?

Fala płaska: wzory ogólne

Współczynnik propagacji:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = j\omega\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

Współczynnik strat:

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$$

Impedancja właściwa ośrodka:

$$Z_w = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

Przenikalność elektryczna próżni $\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m} \right]$

Przenikalność magnetyczna próżni $\mu_0 \approx 4\pi 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$

Fala płaska: wzory ogólne

Współczynnik propagacji:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = \frac{j\omega}{v} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

Współczynnik strat:

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$$

Impedancja właściwa ośrodka:

$$Z_w = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

Fala płaska: wzory uproszczone

Dielektryk małostratny

Warunek: $\tan \delta \ll 1$

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} e^{j\frac{\delta}{2}}$$

Dobry przewodnik

Warunek: $\tan \delta \gg 1$

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Przenikalność elektryczna próżni $\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m} \right]$

Przenikalność magnetyczna próżni $\mu_0 \approx 4\pi 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$