

Pola i fale: Ćwiczenia 7

Fala płaska: polaryzacja, moc, energia.

Prowadzący ćwiczenia:

mgr inż. Mateusz Marek Krysicki

Adres e-mail:

krysicki.politechnika@gmail.com

Strona www:

<http://staff.elka.pw.edu.pl/~mkrysick>

Konsultacje (proszę wcześniej o maila):

cz. 12:15-14:00, p.543

Materiał opracowany przez M. Krysickiego na podstawie wcześniejszych materiałów do przedmiotów POFA i EFWA opracowanych przez M. Celuch, W. Gwarka oraz B. Salskiego



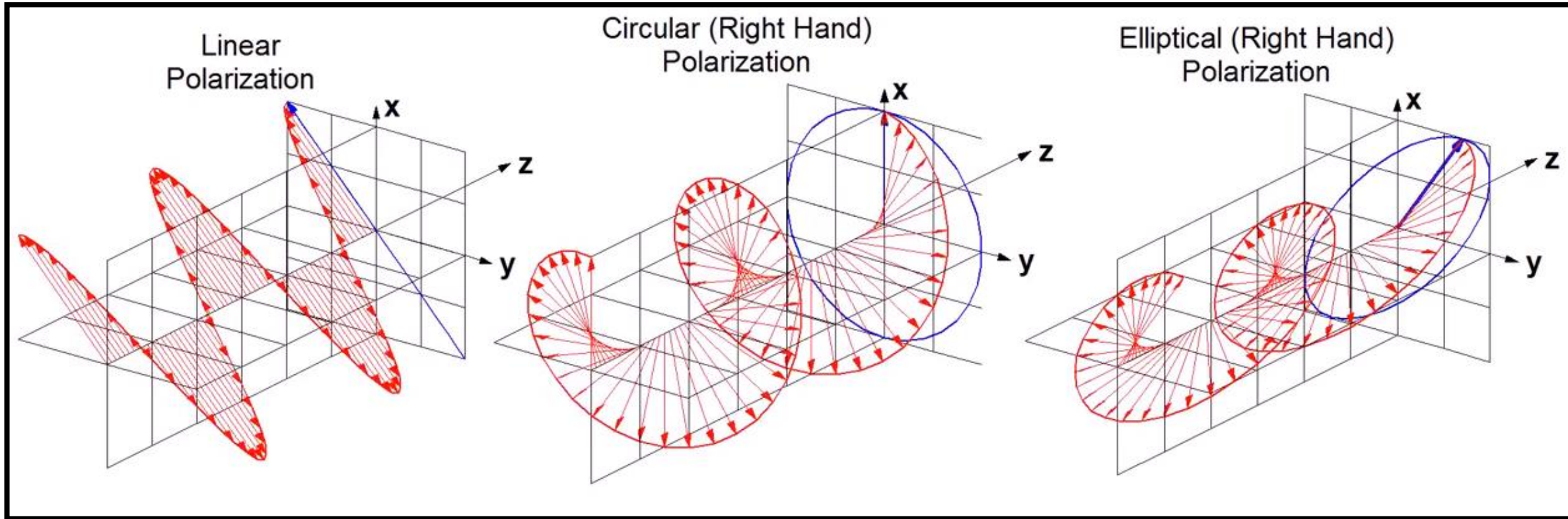
**Instytut Radioelektroniki
i Techniki Multimedialnych**

Zadanie 1

W ośrodku o parametrach: $\varepsilon_r = \mu_r = 1$ i $\sigma = \frac{1}{18} \left[\frac{S}{m} \right]$ rozchodzi się fala płaska o częstotliwości $f = 1 [MHz]$. Zespolony wektor pola elektrycznego dany jest zależnością:

$$\underline{\vec{E}} = (\vec{i}_x + jA\vec{i}_y)e^{-\gamma z} e^{j\omega t}$$

- Jaka jest polaryzacja fali dla $A = 0, A = 1, A = 2$?
- Naszkicować krzywą, kreśloną przez wektor \vec{H} dla $A = 0, A = 1, A = 2$.
- Dodatkowo: $\underline{\vec{E}} = (\vec{i}_x + 2\vec{i}_y)e^{-\gamma z} e^{j\omega t}$



Warunek polaryzacji liniowej:
 Ortogonalne składowe pola są
 w fazie ($k\pi$) lub istnieje tylko
 jedna składowa pola.

Warunki polaryzacji kołowej:

1. Dwie ortogonalne składowe pola elektrycznego mają taką samą amplitudę
2. Obydwie składowe są przesunięte w fazie o 90°

Warunek polaryzacji
 eliptycznej:
 Niespełnione poprzednie

Fala płaska w ośrodku stratnym: właściwości

Współczynnik propagacji :

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)}$$

Pola :

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\sigma + j\omega\varepsilon}{j\omega\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$

$$\vec{E} = \vec{H} \times \vec{k} \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

Impedancja właściwa :

$$Z = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

Impedancja falowa :

$$Z_{\perp} = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}}$$

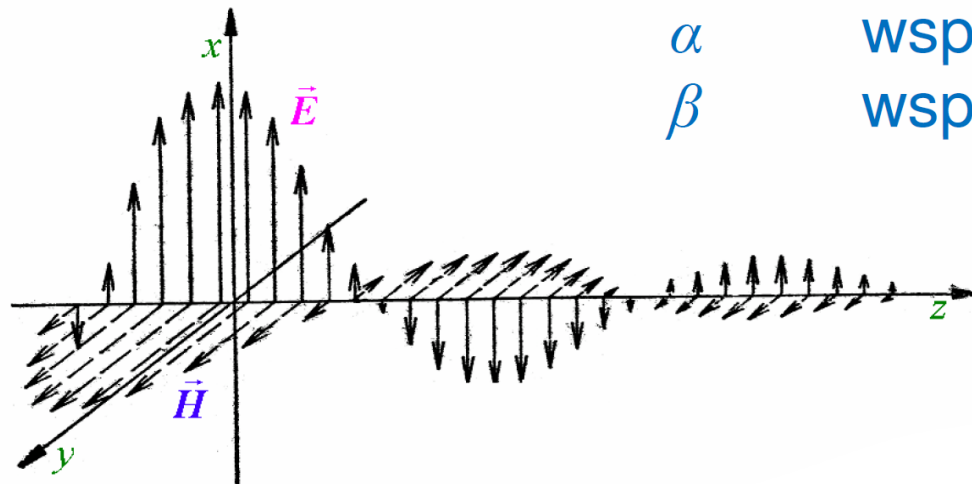
$$Z = Z_{\perp}$$

α

współczynnik tłumienia

β

współczynnik fazy



$$\lambda = \frac{\omega T}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta}$$

Fala płaska: wzory ogólne

Współczynnik propagacji:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)} = j\omega\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

Współczynnik strat:

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$$

Impedancja właściwa ośrodka:

$$Z_w = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

Fala płaska: wzory uproszczone

Dielektryk małostratny

Warunek: $\tan \delta \ll 1$

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} e^{j\frac{\delta}{2}}$$

Dobry przewodnik

Warunek: $\tan \delta \gg 1$

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Przenikalność elektryczna próżni $\varepsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m} \right]$

Przenikalność magnetyczna próżni $\mu_0 \approx 4\pi 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$

Zadanie 2

- Wektor zespolony pola magnetycznego fali płaskiej w próżni dany jest zależnością:

$$a) \underline{\vec{H}} = H_0 \vec{i}_x (1 + j) e^{j(\omega t + \beta_0 z)} \left[\frac{A}{m} \right], \beta_0 > 0$$

$$b) \underline{\vec{H}} = H_0 \left(\vec{i}_x (1 + j) + \vec{i}_y (1 - j) \right) e^{j(\omega t + \beta_0 z)} \left[\frac{A}{m} \right], \beta_0 > 0$$

- Obliczyć chwilowe oraz średnie za okres wartości:
 - powierzchniowej gęstości mocy transmitowanej,
 - objętościowej gęstości energii elektrycznej,
 - objętościowej gęstości energii magnetycznej.
- Określić polaryzację.

Chwilowa wartość wektora powierzchniowej gęstości mocy transmitowanej Wektor Poyntinga

$$\vec{S}(t) = \vec{E}(t) \times \vec{H}(t) \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Średnia za okres wartość wektora powierzchniowej gęstości mocy transmitowanej Średni za okres wektor Poyntinga

$$\vec{S}_{avg} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{S}(t) dt \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\vec{S}_{avg} = \frac{1}{2} \Re\{\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*\} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Chwilowa wartość objętościowej gęstości energii magazynowanej w polu...

elektrycznym

magnetycznym

$$w_e(t) = \frac{1}{2} \vec{D}(t) \cdot \vec{E}(t) \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

Przypadek
ogólny

$$w_m(t) = \frac{1}{2} \vec{B}(t) \cdot \vec{H}(t) \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

$$w_e(t) = \frac{1}{2} \varepsilon \vec{E}(t) \cdot \vec{E}(t) \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

Ośrodek
izotropowy

$$w_m(t) = \frac{1}{2} \mu \vec{H}(t) \cdot \vec{H}(t) \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

Średnia za okres wartość objętościowej gęstości energii magazynowanej w polu...

elektrycznym

magnetycznym

$$w_{e,avg} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} w_e(t) dt \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

$$w_{m,avg} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} w_m(t) dt \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

$$w_{e,avg} = \frac{1}{4} \Re \{ \underline{\vec{D}}^* \cdot \underline{\vec{E}} \} \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

$$w_{m,avg} = \frac{1}{4} \Re \{ \underline{\vec{B}}^* \cdot \underline{\vec{H}} \} \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

Zadanie 3 (jest czas?)

W ośrodku o parametrach $\varepsilon_r = \mu_r = 1$, $\tan \delta = 0.01$ propaguje się fala o częstotliwości $f = 10^9 \text{ GHz}$, której pole magnetyczne dane jest zależnością:

$$\underline{\vec{H}} = \vec{i}_x H_0 e^{\gamma z} e^{j\omega t}$$

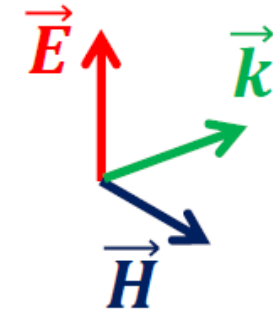
Oblicz wartość chwilową oraz wartość średnią za okres objętościowej gęstości mocy traconej w polu elektrycznym.

Fala płaska w ośrodku bezstratnym: właściwości

- Prędkość fali EM $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

- Wektory są ortogonalne $\vec{k} \perp \vec{E}$ $\vec{k} \perp \vec{H}$ $\vec{E} \perp \vec{H}$

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \vec{H} \times \vec{k} \quad \vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \vec{k} \times \vec{E}$$



Fala płaska jest **falą poprzeczną** (transverse electromagnetic, TEM)

- Impedancja

Impedancja falowa $Z_f = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z_w$ Impedancja właściwa ośrodka

Wartość chwilowa
objętościowej gęstości mocy traconej w polu elektrycznym
związana z przepływem prądu

$$p_e(t) = \vec{E}(t) \vec{J}(t) \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

$$p_e(t) = \sigma \vec{E}(t) \vec{E}(t) = \sigma |\vec{E}(t)|^2 \quad \vec{J}(t) = \sigma \vec{E}(t)$$

Średnia za okres
wartość objętościowej gęstości energii traconej w polu elektrycznym
związana z przepływem prądu

$$p_{e,avg} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p_e(t) dt \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

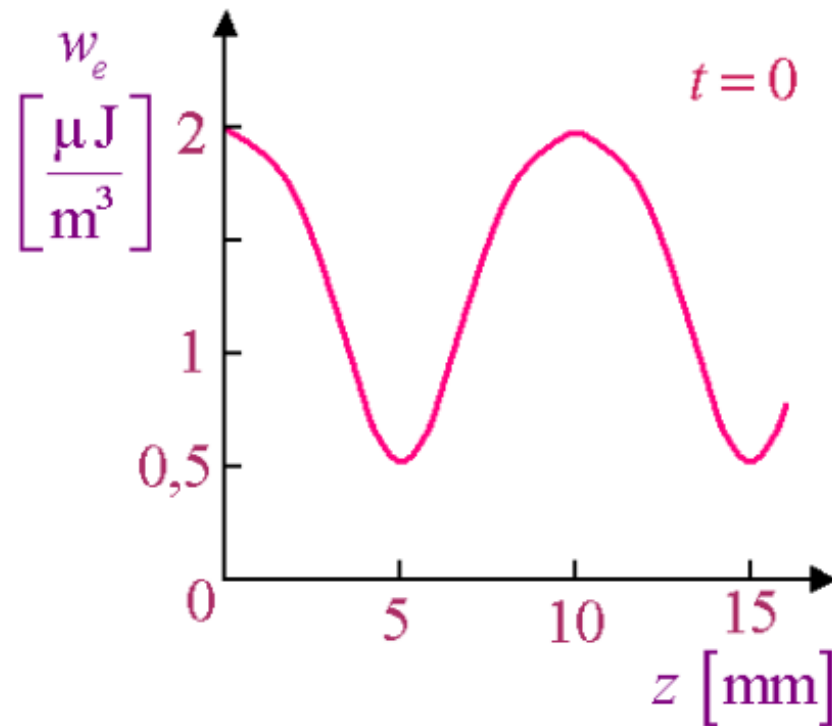
$$p_{e,avg} = \frac{1}{2} \Re \left\{ \underline{\vec{E}} \underline{\vec{J}}^* \right\} \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

Zadanie 2.26

Fala płaska rozchodzi się w bezstratnym niemagnetycznym dielektryku w prędkością fazową

$\vec{v}_p = \vec{i}_z \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Chwilowa gęstość energii elektrycznej przedstawiona jest na rysunku poniżej.

Zapisać przykładowe wyrażenia opisujące pola \vec{E} i \vec{H} oraz chwilowy wektor Poyntinga.



Gęstość energii elektrycznej w funkcji przestrzeni dla $t = 0$.

PRACA DOMOWA?



NIE WYTRZYMIAM!