Pola i fale: Ćwiczenia 10

Fale w liniach TEM (bieżące i stojące)

Prowadzący ćwiczenia:

mgr inż. Mateusz Marek Krysicki

Adres e-mail:

krysicki.politechnika@gmail.com

Strona www:

http://staff.elka.pw.edu.pl/~mkrysick

Konsultacje (proszę wcześniej o maila):

cz. 12:15-14:00, p.543

Materiał opracowany przez M. Krysickiego na podstawie wcześniejszych materiałów do przedmiotów POFA i EFWA opracowanych przez M. Celuch, W. Gwarka oraz B. Salskiego

Instytut Radioelektroniki i Technik Multimedialnych

Zadanie 3.2

W linii współosiowej o promieniach $a = 2b$ i dielektryku bezstratnym o ε_w rozchodzi się fala bieżąca. Amplituda prądu wynosi I_0, natomiast gęstość ładunku na przewodzie zewnętrznym w chwili $t = 0$ i w płaszczyźnie $z = 0$ wynosi ρ_s. Zapisać pełne wyrażenia na rzeczywiste wektory pól $\vec{E}$ i $\vec{H}$ w tej linii, dla częstotliwości f.

Uwaga: ρ_s nie musi oznaczać amplitudy ładunku. Informacje o wartości ρ_s należy wykorzystać do ustalenia fazy początkowej pól. Pozostaje dowolność wyboru kierunku propagacji fali.

Warunki brzegowe

Składowa normalna **wektora indukcji elektrycznej $\vec{D}$** jest ciągła na granicy ośrodków pod warunkiem, że n
gromadzą się ładunki elektryczne na granicy:

$$\vec{n} \cdot \left(\overrightarrow{D_2} - \overrightarrow{D_1}\right) = \rho_w \qquad D_{2n} - D_{1n} = \rho_w$$

Składowa normalna **wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$** jest zawsze ciągła na granicy ośrodków, ponieważ
istnieją ładunki magnetyczne:

$$\vec{n} \cdot \left(\overrightarrow{B_2} - \overrightarrow{B_1}\right) = 0 \qquad B_{2n} - B_{1n} = 0$$

Składowa styczna **wektora pola elektrycznego $\vec{E}$** jest ciągła na granicy ośrodków:

$$\vec{n} \times \left(\overrightarrow{E_2} - \overrightarrow{E_1}\right) = 0 \qquad E_{2t} - E_{1t} = 0$$

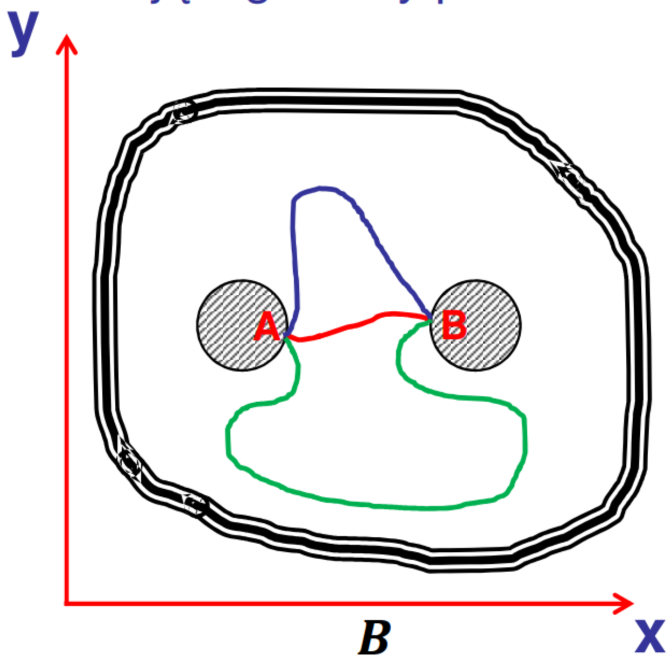
Składowa styczna **wektora pola magnetycznego $\vec{H}$** jest ciągła na granicy ośrodków pod warunkiem, że
nie płynie prąd powierzchniowy na granicy:

$$\vec{n} \times \left(\overrightarrow{H_2} - \overrightarrow{H_1}\right) = \overrightarrow{J_s} \qquad H_{2t} - H_{1t} = \overrightarrow{J_s}$$

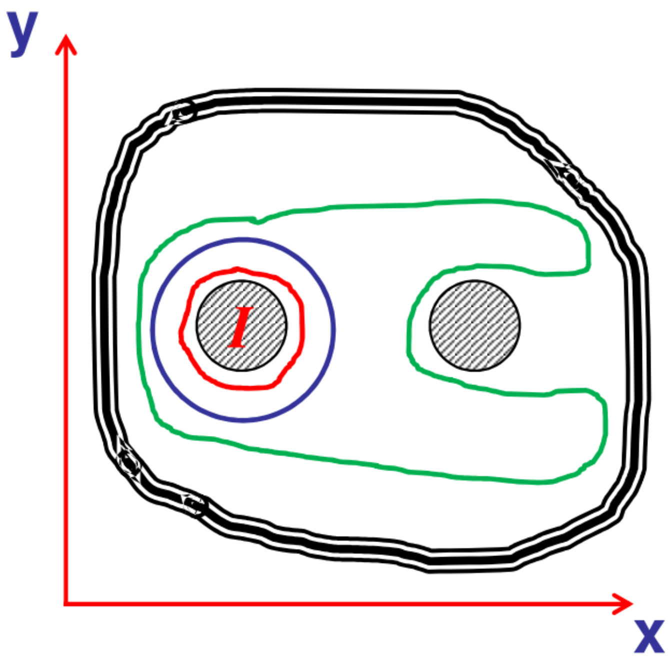
Jednoznaczność rozwiązania

Napięcie między dwoma punktami nie zależy od drogi całkowania.

Prąd płynący w przewodzie nie zależy od kształtu konturu całkowania otaczającego dany przewód.

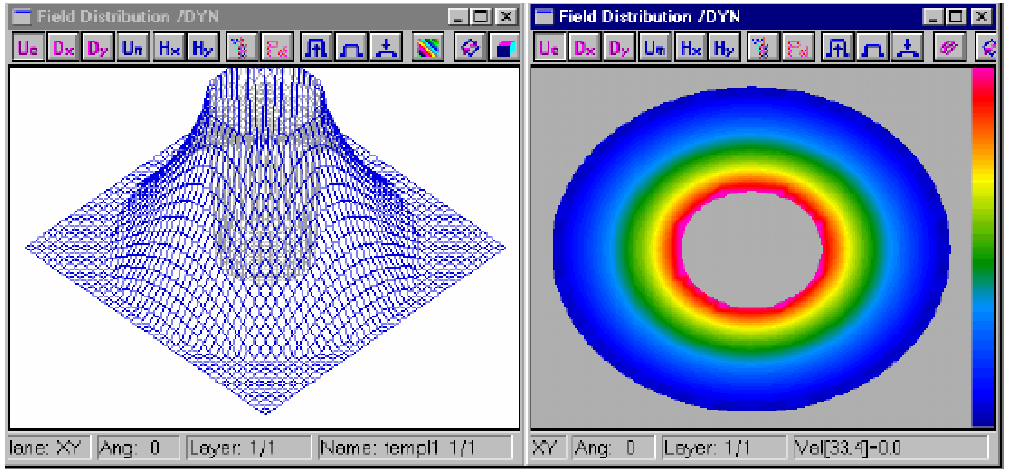


$$U = \int_{A}^{B} \vec{E} d\vec{l}$$

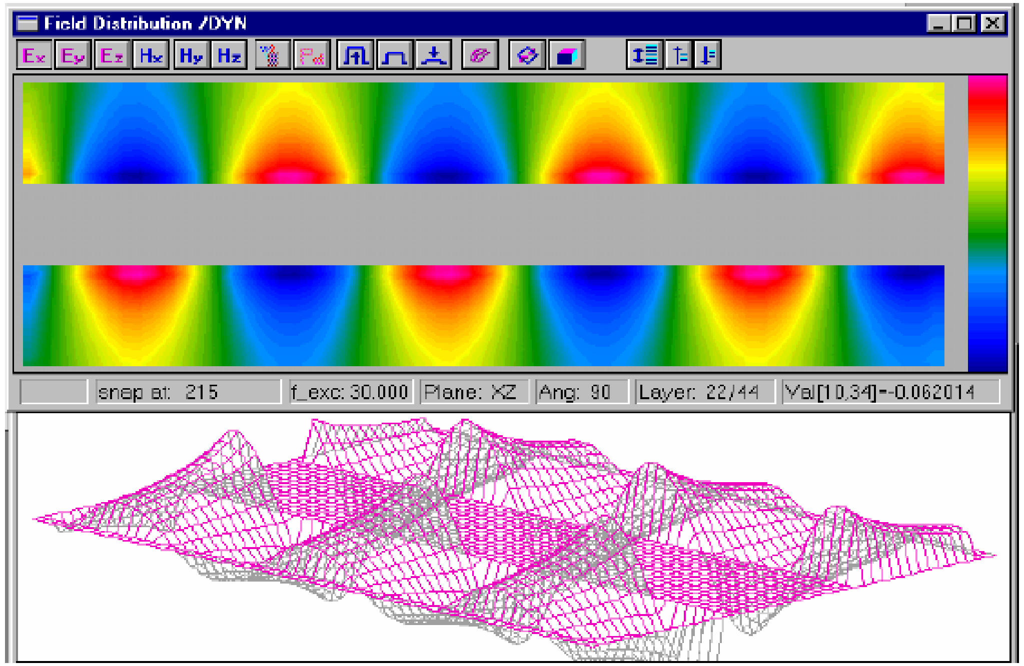


$$I = \oint_{l} \vec{H} d\vec{l}$$

Linia współosiowa



Przekrój poprzeczny: problem 2D statyczny;
***U*(*x*,*y*)**



Przekrój wzdłużny: problem 1D dynamiczny;
pole E_ρ w płaszczyźnie Oρz.

Zadanie 3.5

Naszkicować rozkłady linii pola elektromagnetycznego oraz prądów przewodzenia i przesunięcia w przekroju wzdłużnym linii współosiowej dla:

1) fali bieżącej rozchodzącej się w kierunku $+z$;
2) fali stojącej.

Szkice sporządzić dla chwili $t = 0$ zakładając, że w tej chwili i w płaszczyźnie $z = 0$, składowa pola elektrycznego E_ρ osiąga swoją wartość maksymalną.

Zadanie 3.4

Zakładając, że w chwili $t = 0$ i w płaszczyźnie $z = 0$ składowa E_ρ fali rozchodzącej się w kierunku $+Oz$ osiąga wartość maksymalną, narysować rozkłady pola elektrycznego i magnetycznego w przekroju poprzecznym linii współosiowej w następujących przypadkach:

a) $t = 0,\ \ z = 0;$

b) $t = \dfrac{T}{4},\ \ z = \dfrac{\lambda}{4};$

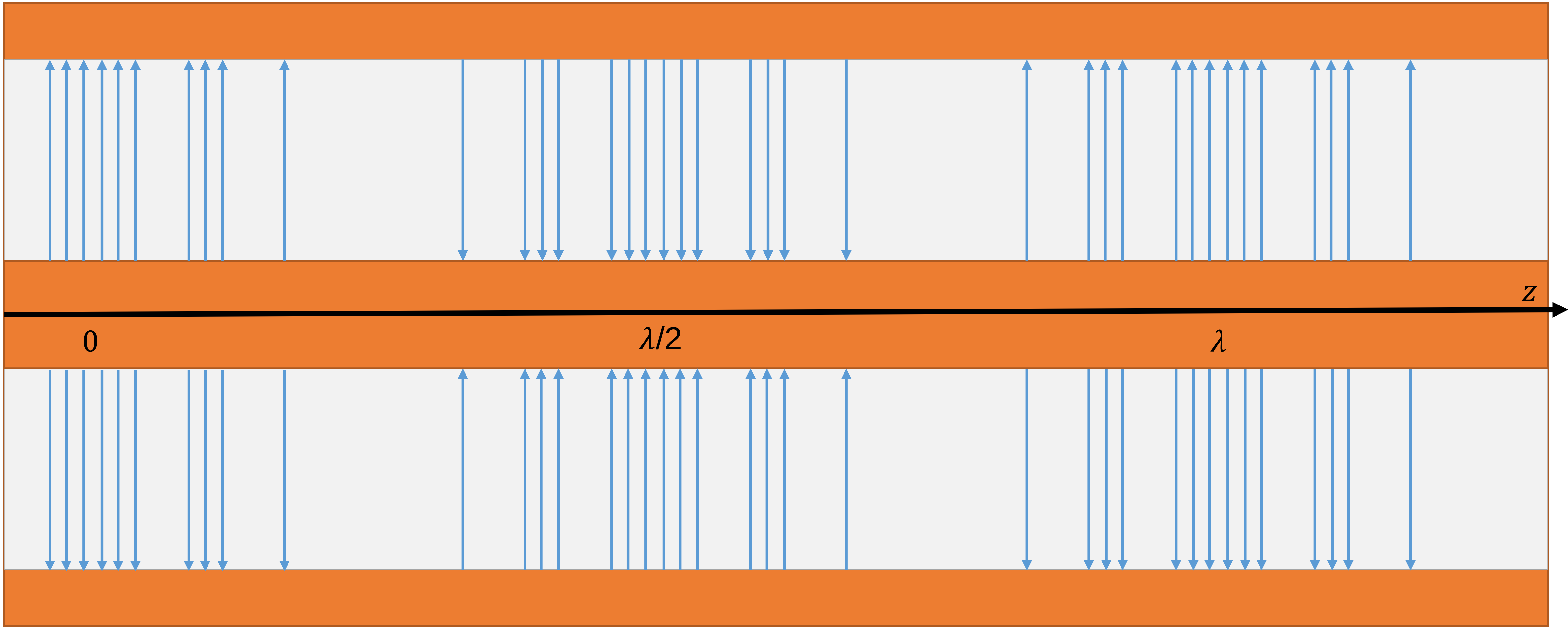
c) $t = 0,\ \ z = \dfrac{\lambda}{4};$

d) $t = \dfrac{T}{8},\ \ z = \dfrac{3\lambda}{8};$

e) $t = \dfrac{T}{2},\ \ z = 0.$

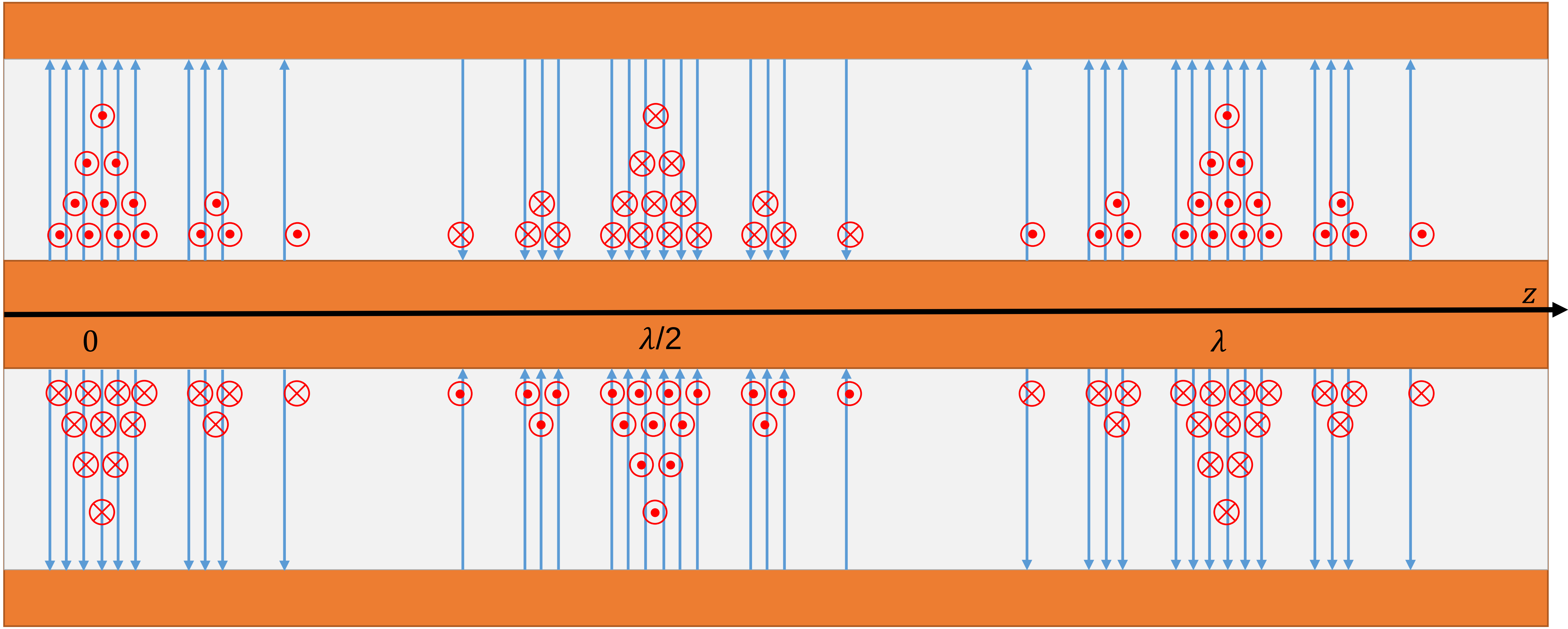
Fala bieżąca, propagacja $+\vec{i_z}$

Pole elektryczne $\vec{E}$



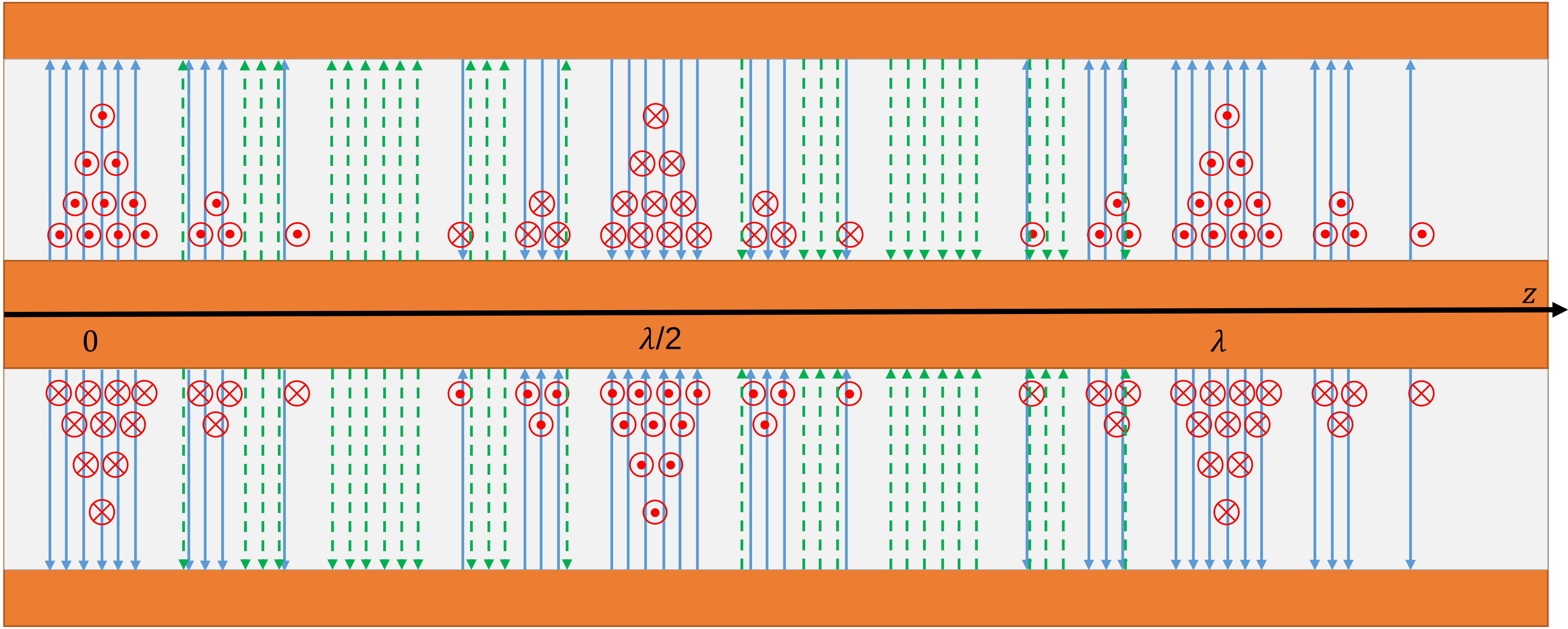
Fala bieżąca, propagacja $+\vec{i_z}$

Pole elektryczne $\vec{E}$ Pole magnetyczne $\vec{H}$



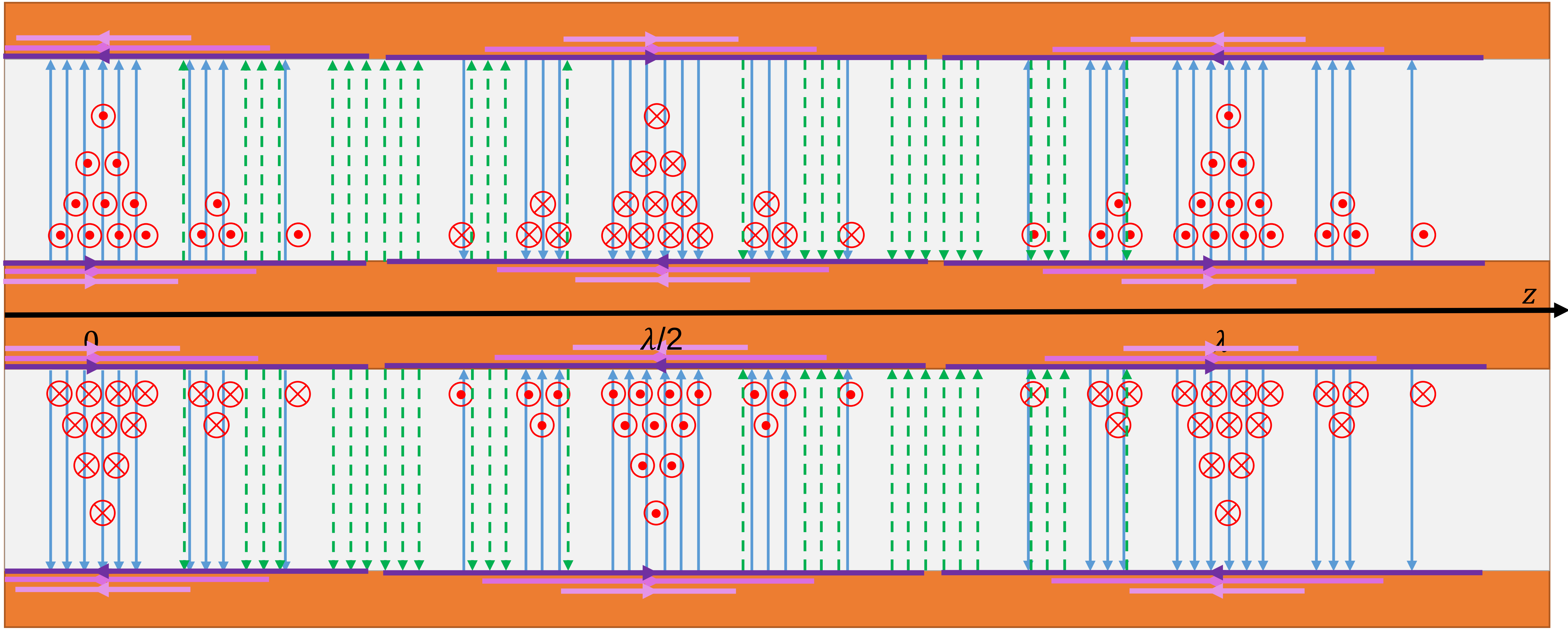
Fala bieżąca, propagacja $+\vec{i_z}$

Pole elektryczne $\vec{E}$ Pole magnetyczne $\vec{H}$ Prąd przesunięcia $\vec{J_p}$



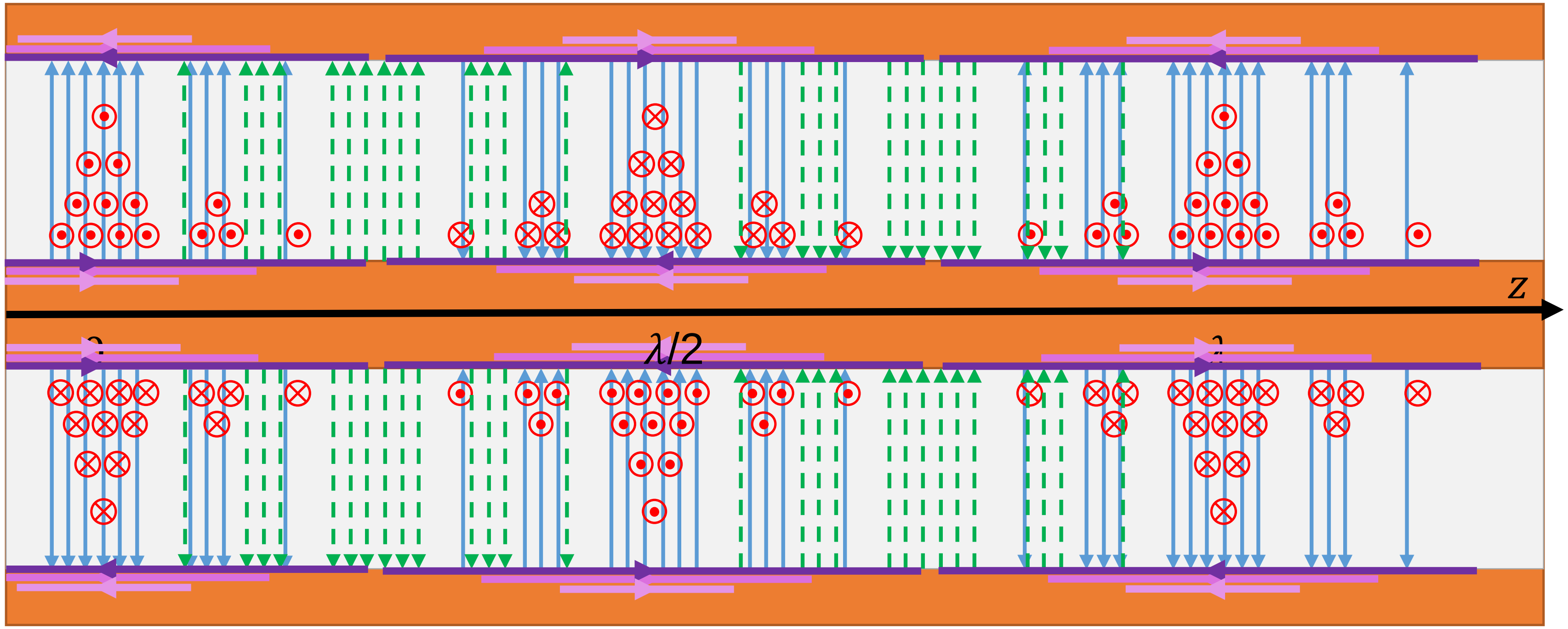
Fala bieżąca, propagacja $+\vec{i_z}$

Pole elektryczne $\vec{E}$ Pole magnetyczne $\vec{H}$ Prąd przesunięcia $\vec{J_p}$ Prąd przewodzenia $\vec{J_\sigma}$



IRTM

Uproszczenie

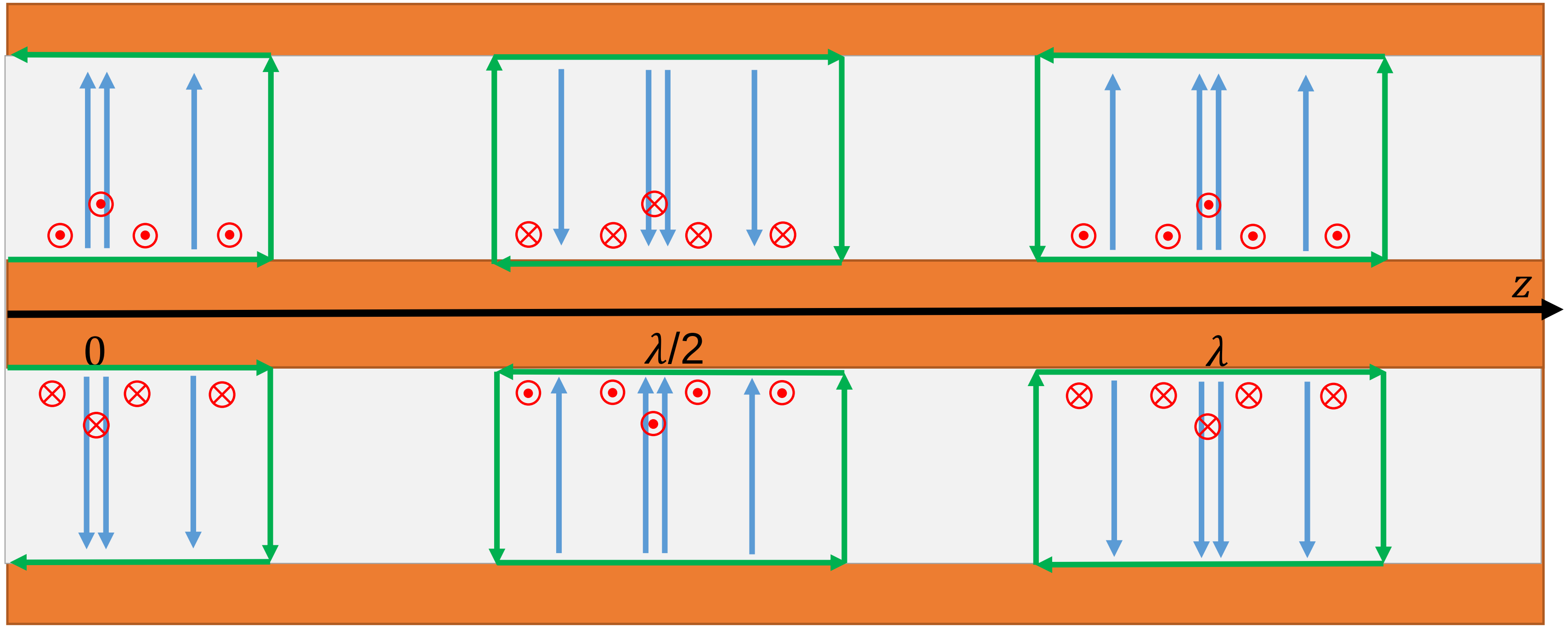


Pole elektryczne $\vec{E}$

Pole magnetyczne $\vec{H}$

Prąd przesunięcia $\vec{J_p}$

Prąd przewodzenia $\vec{J_\sigma}$

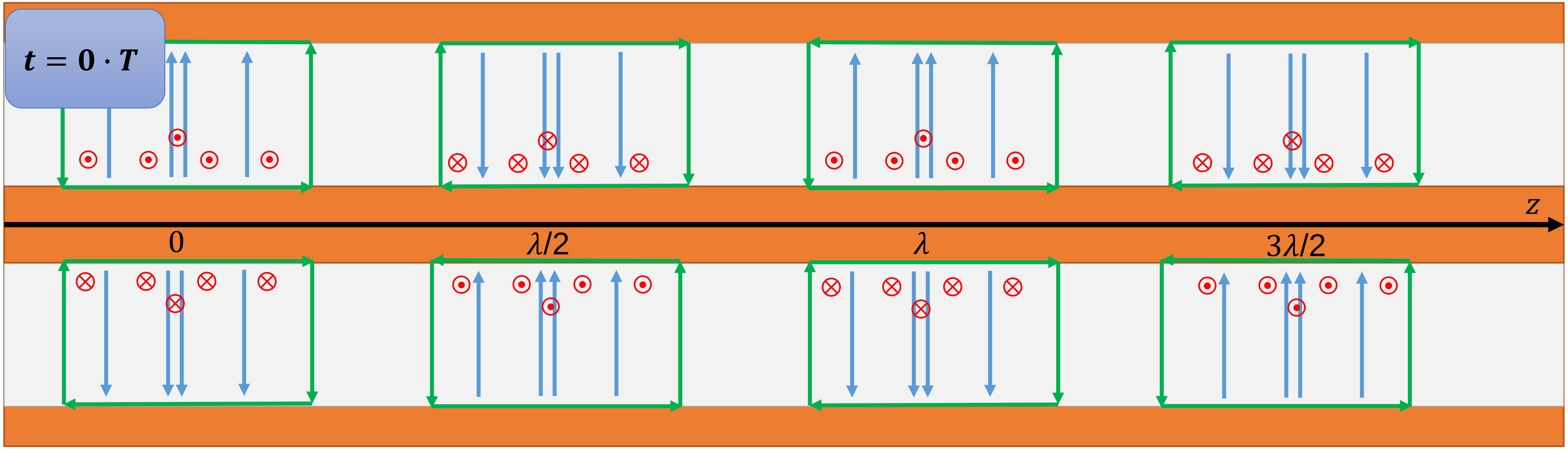


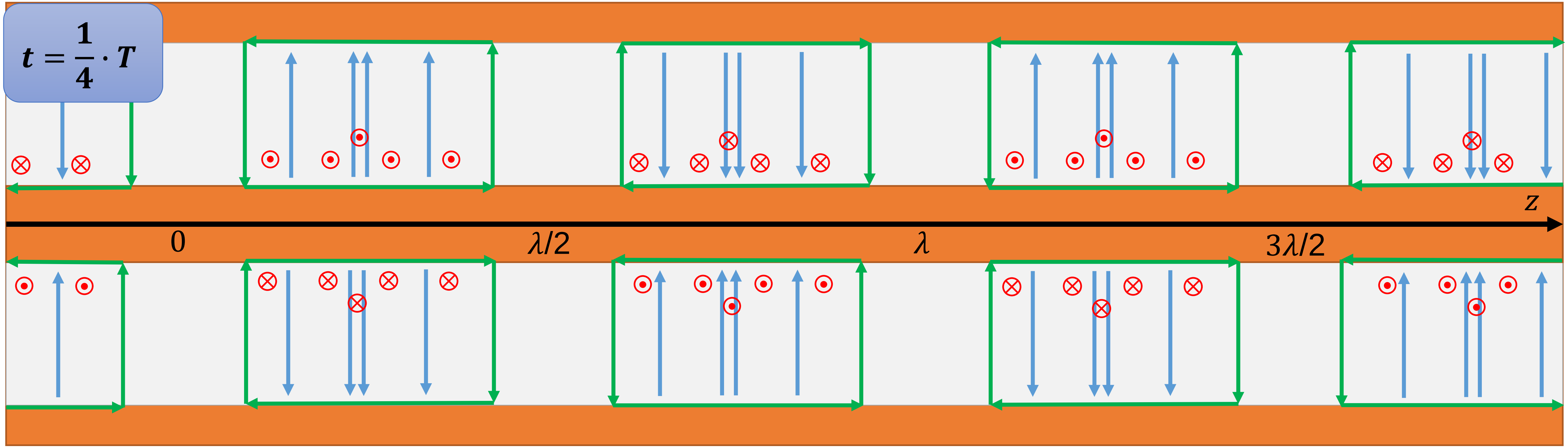
Pole elektryczne $\vec{E}$

Pole magnetyczne $\vec{H}$

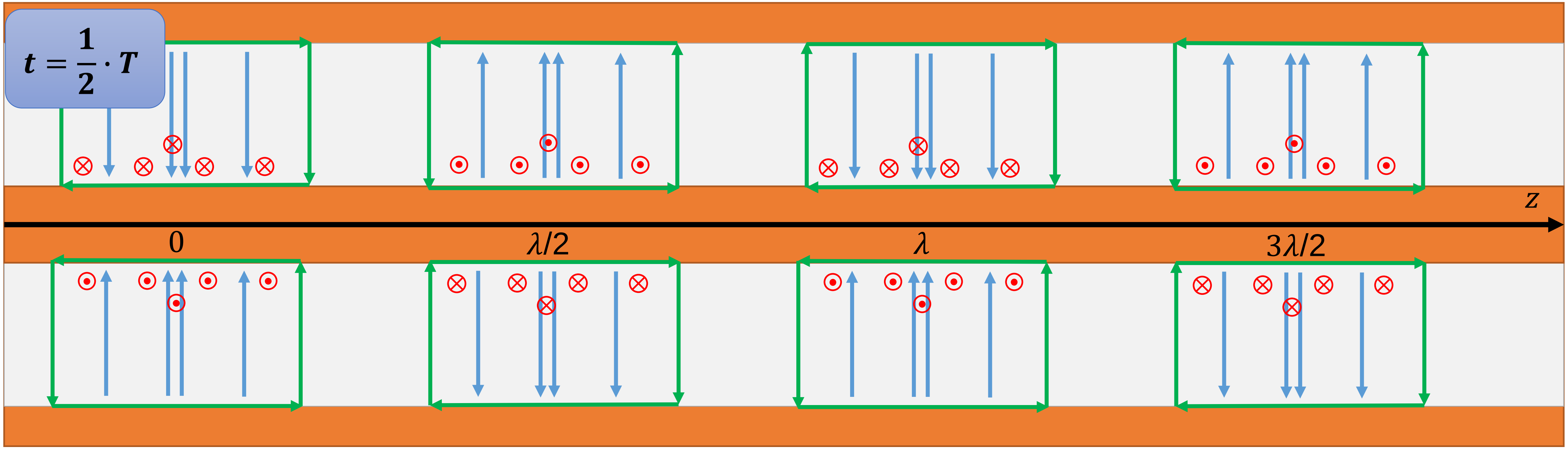
Prądy przesunięcia
i przewodzenia

IRTM

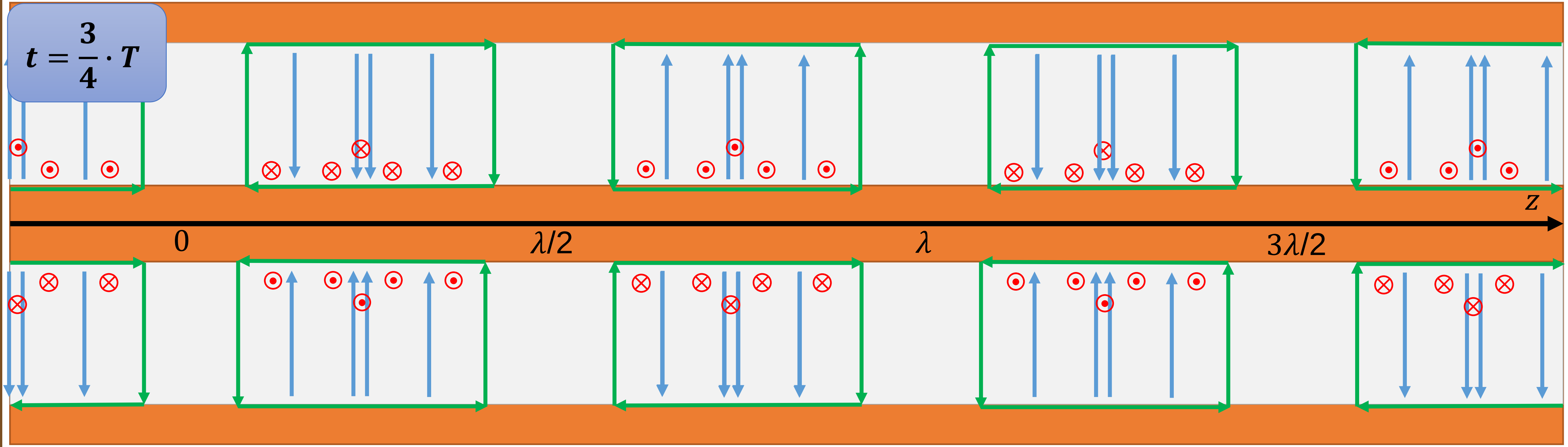

$t = 0 \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$


$t = \frac{1}{4} \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

IRTM



$t = \frac{1}{2} \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$



$t = \frac{3}{4} \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

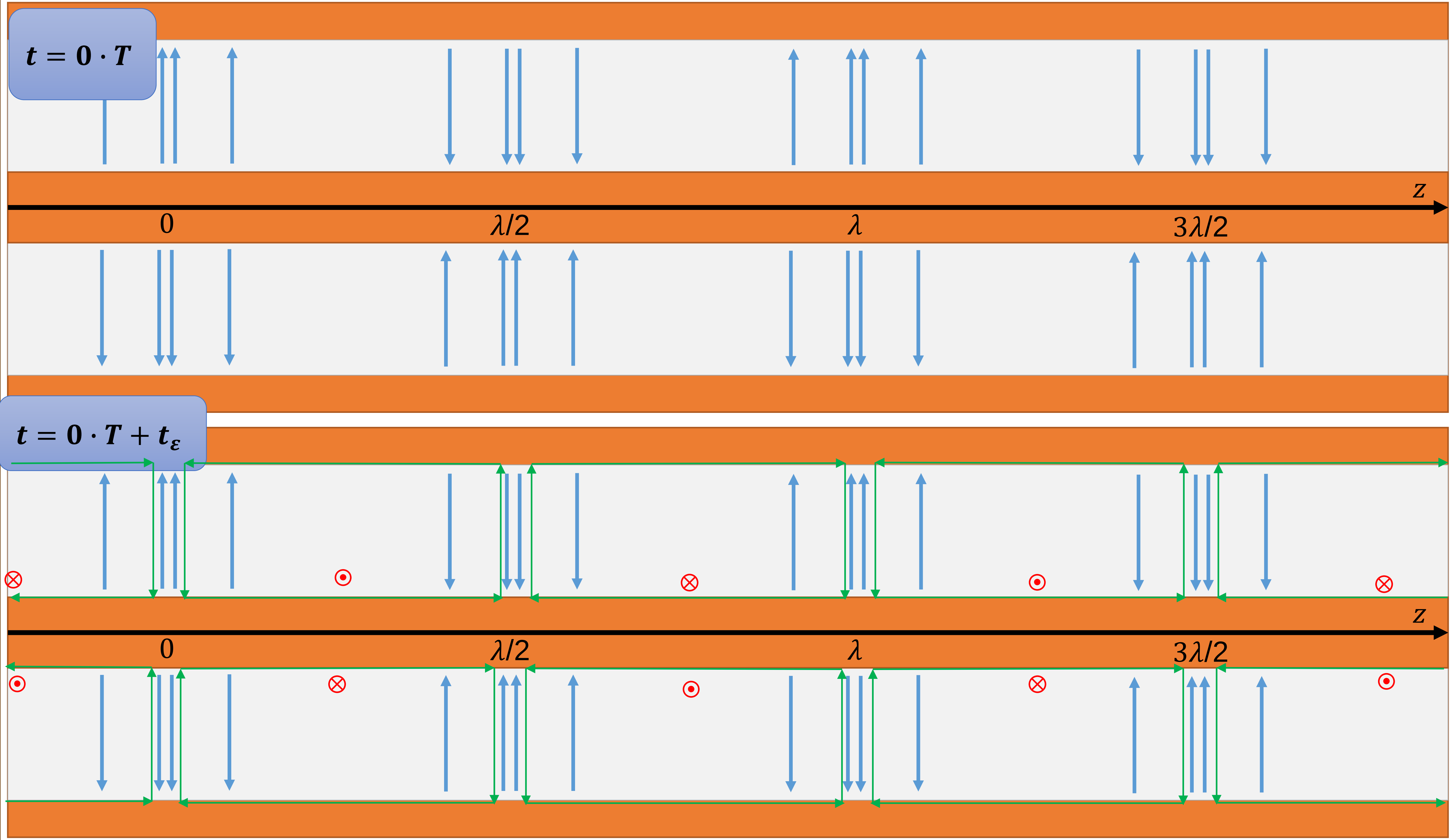
Fala stojąca, propagacja (?)

- Proszę zapoznać się z materiałem video umieszczonym na stronie z materiałami.
- W kolejnych slajdach użyta będzie konwencja kolorystyczna:

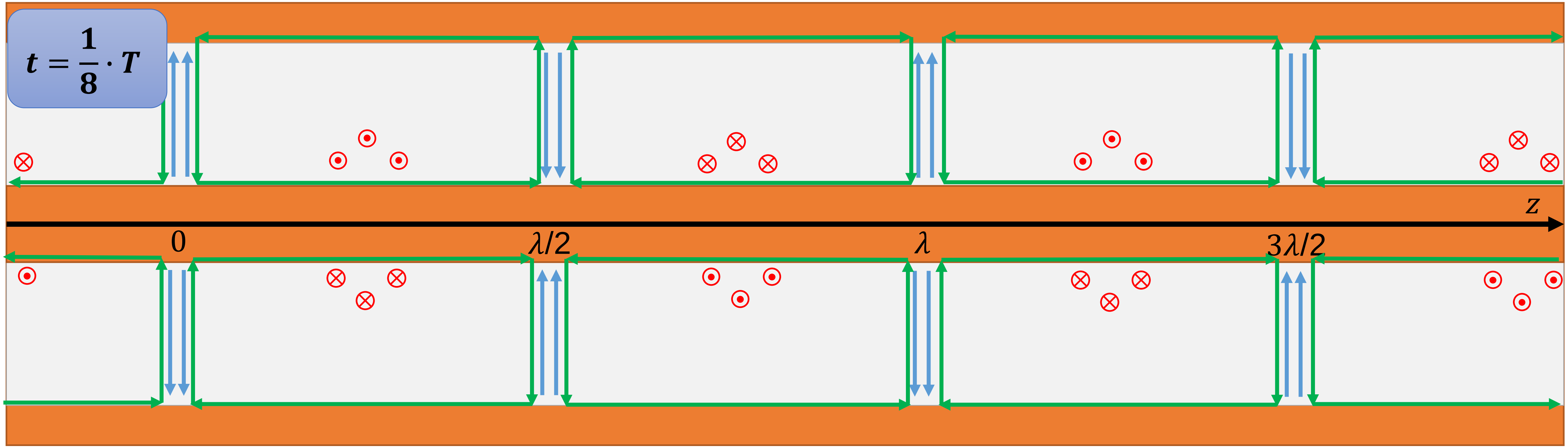
  Pole elektryczne $\vec{E}$

  Pole magnetyczne $\vec{H}$

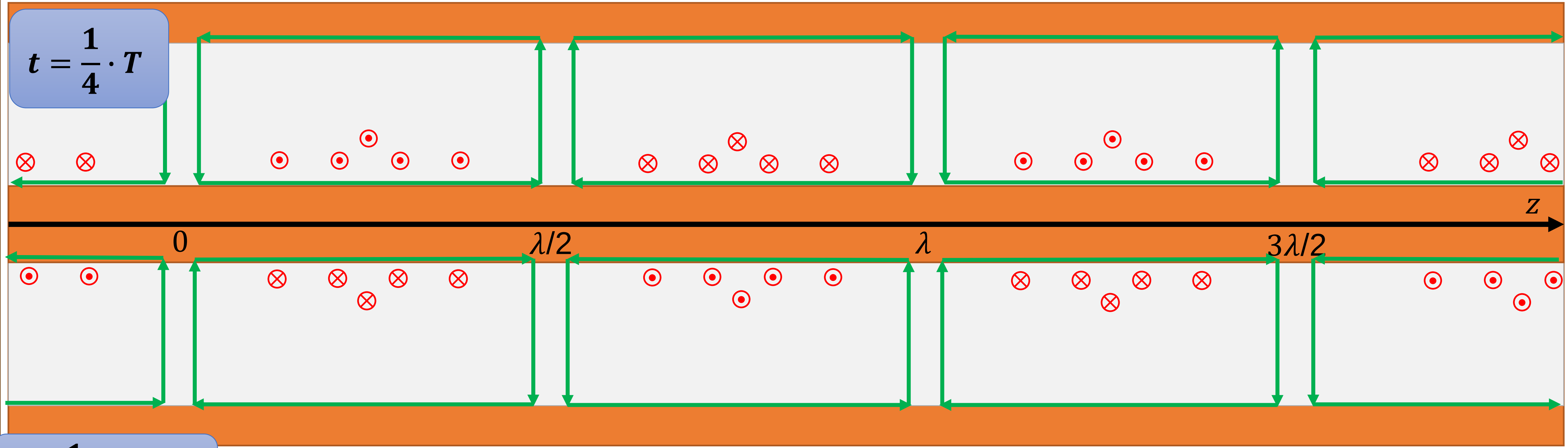
  Prądy przesunięcia i przewodzenia



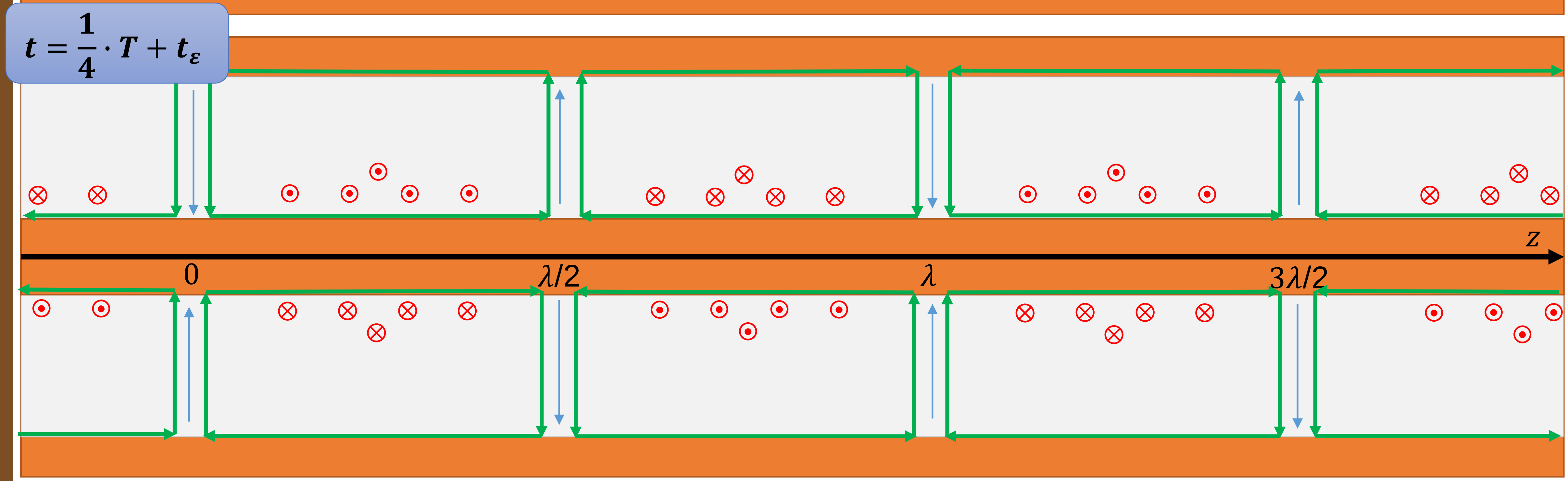
$t = 0 \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$
$t = 0 \cdot T + t_\varepsilon$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$



$t = \frac{1}{8} \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

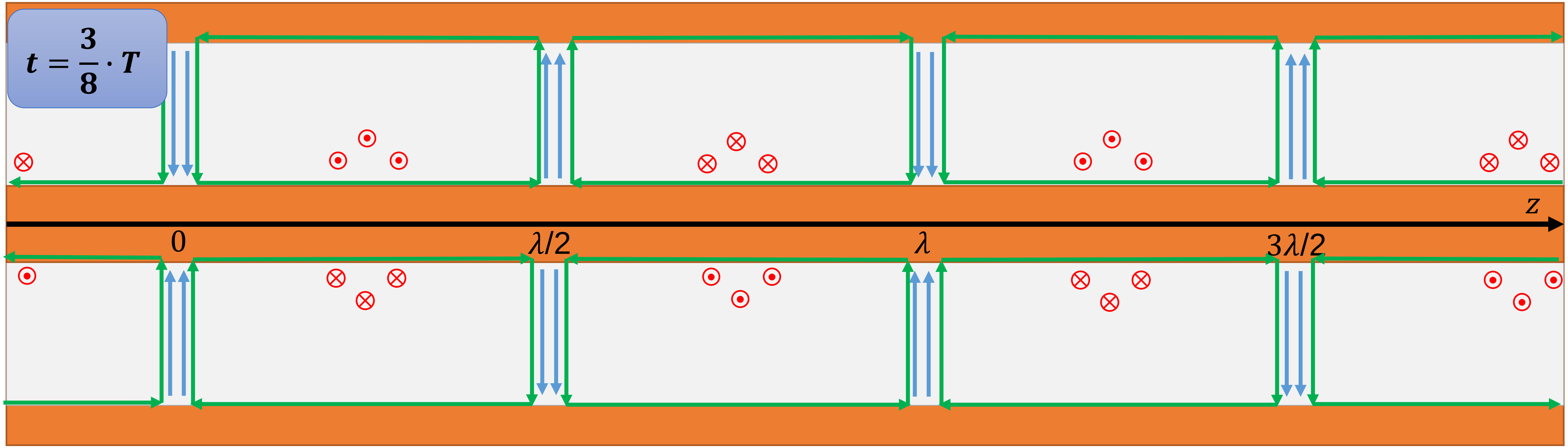


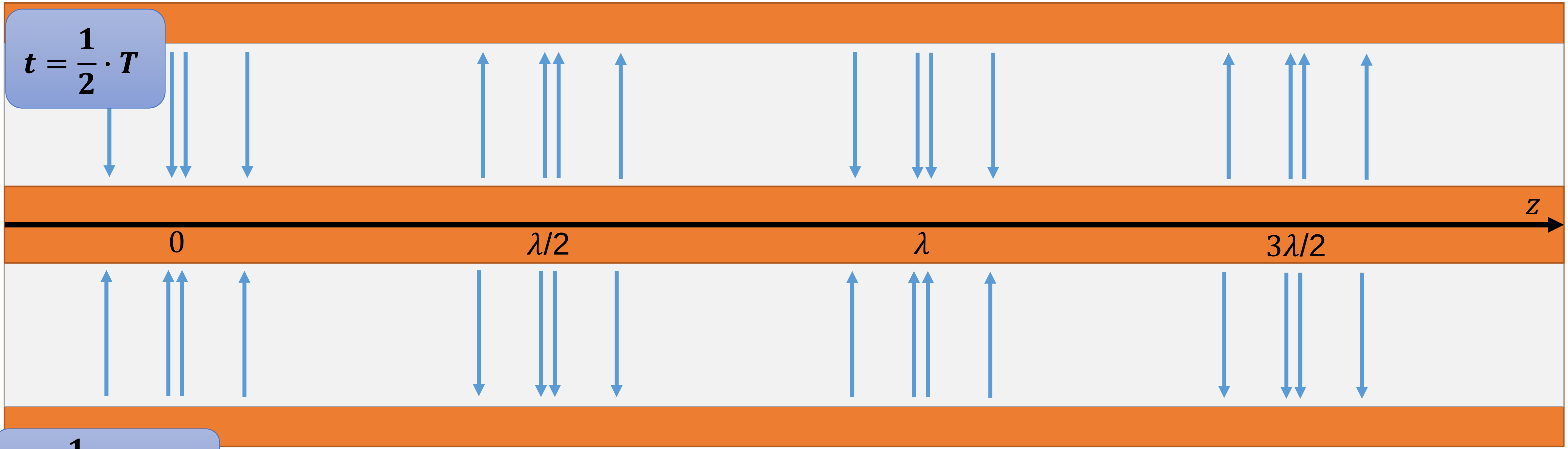
$t = \frac{1}{4} \cdot T$
z
0
λ/2
λ
3λ/2



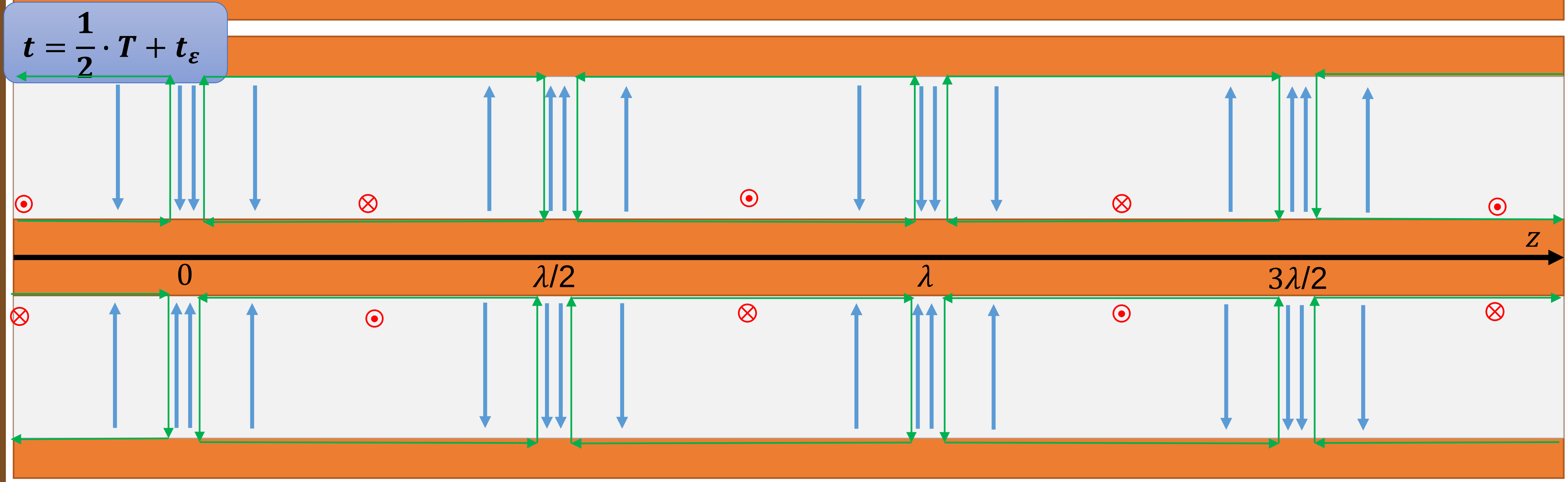
$t = \frac{1}{4} \cdot T + t_\varepsilon$
z
0
λ/2
λ
3λ/2

$$t = \frac{3}{8} \cdot T$$



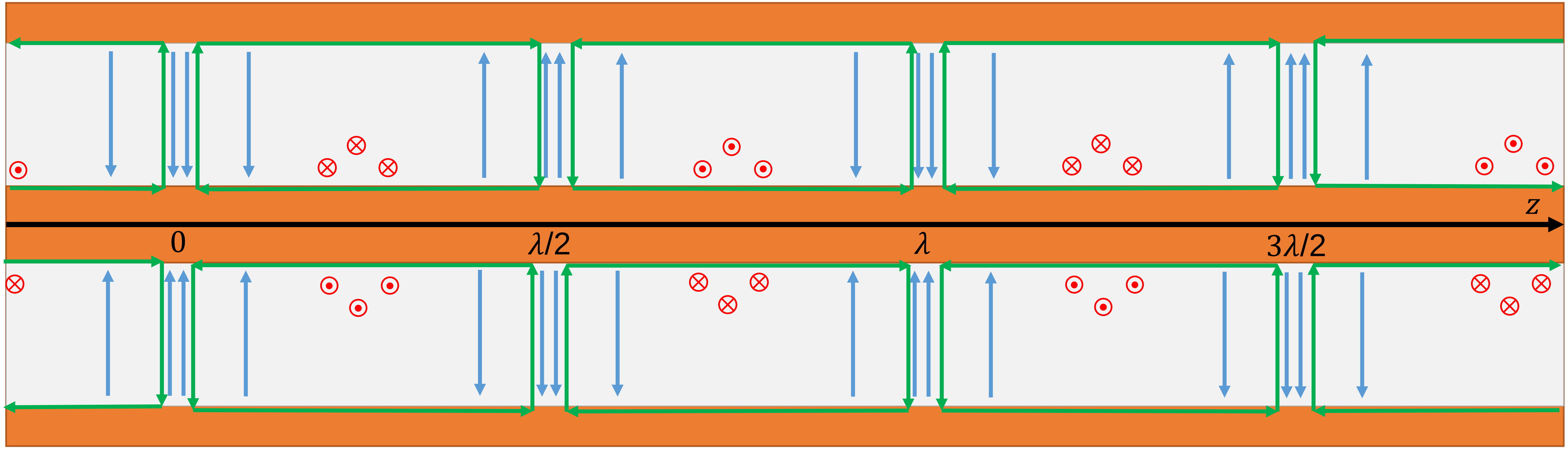


$t = \frac{1}{2} \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

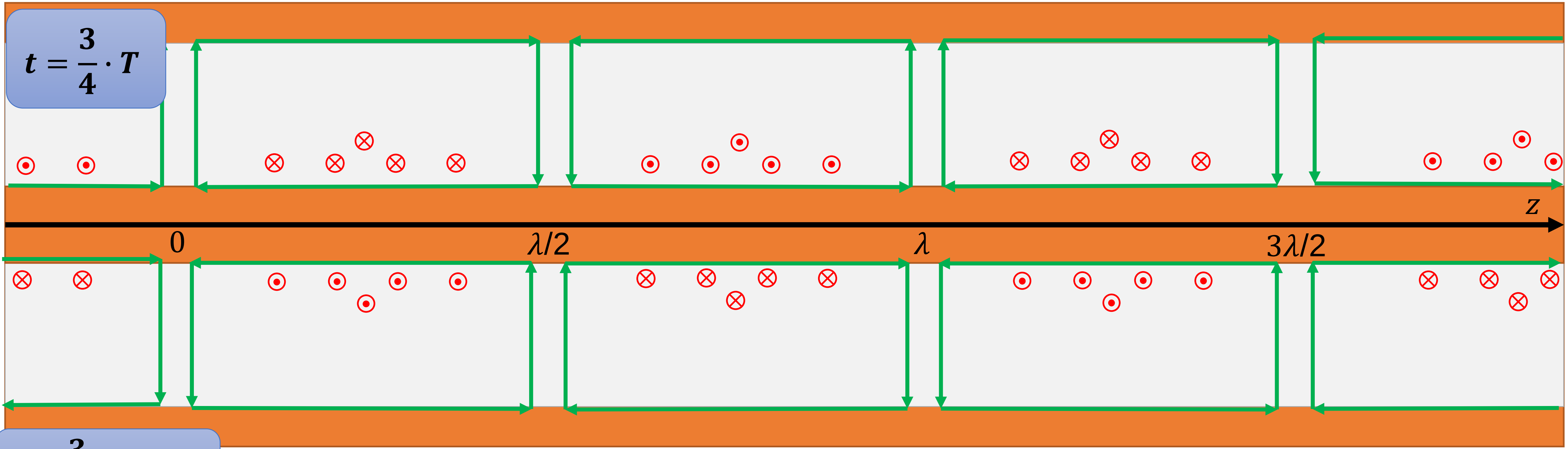


$t = \frac{1}{2} \cdot T + t_\varepsilon$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

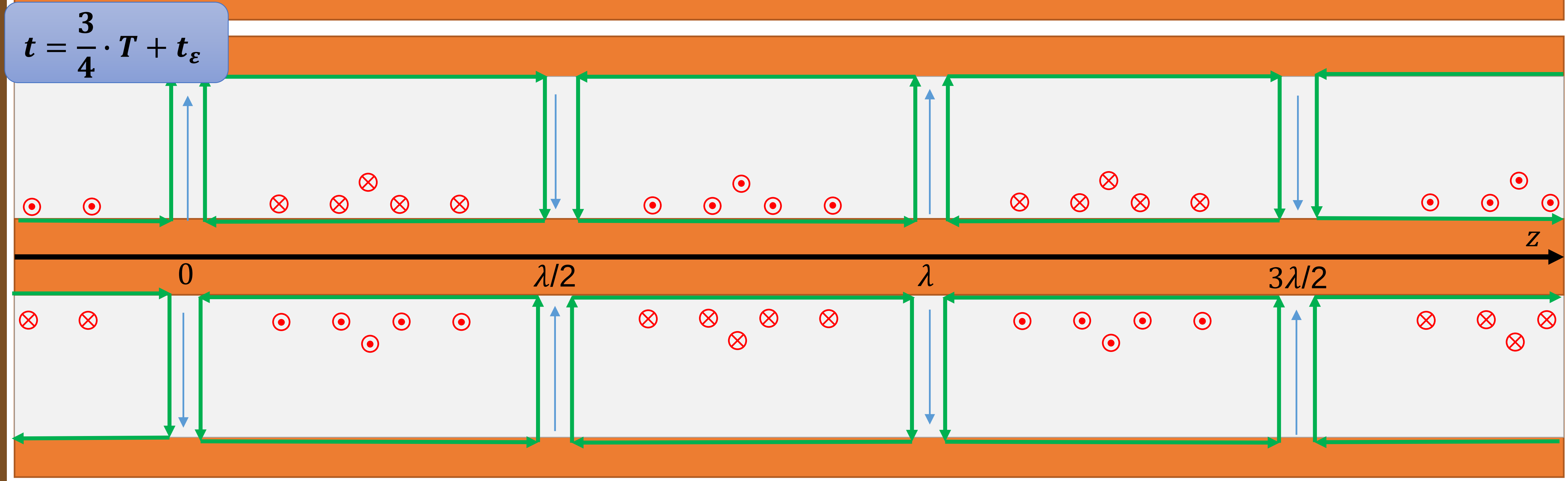
$$t = \frac{5}{8} \cdot T$$



IRTM

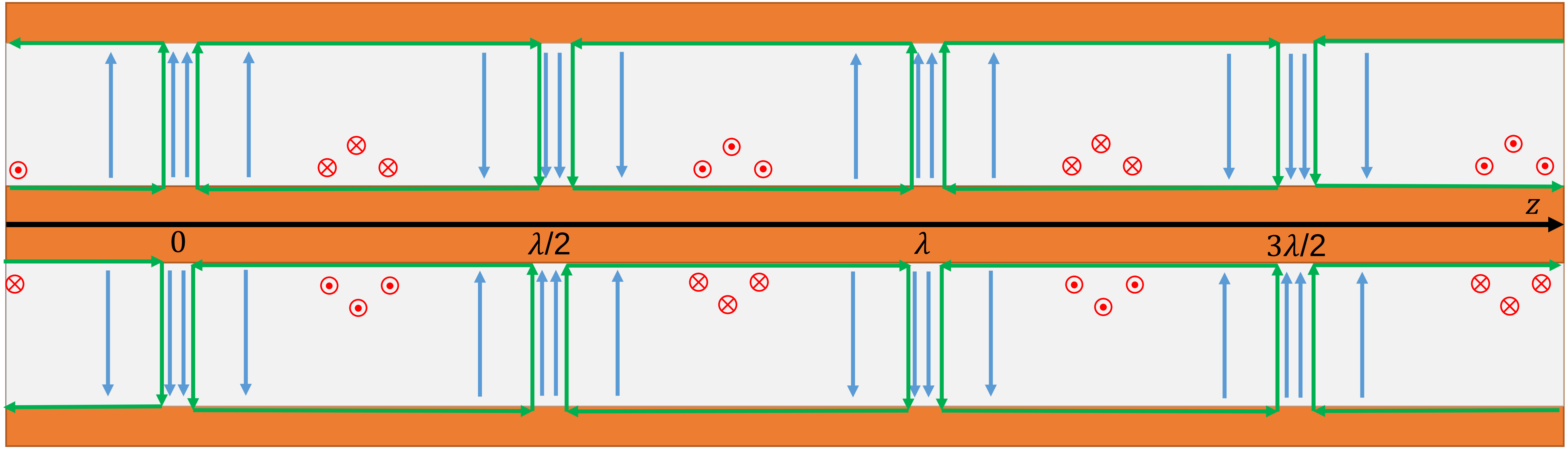


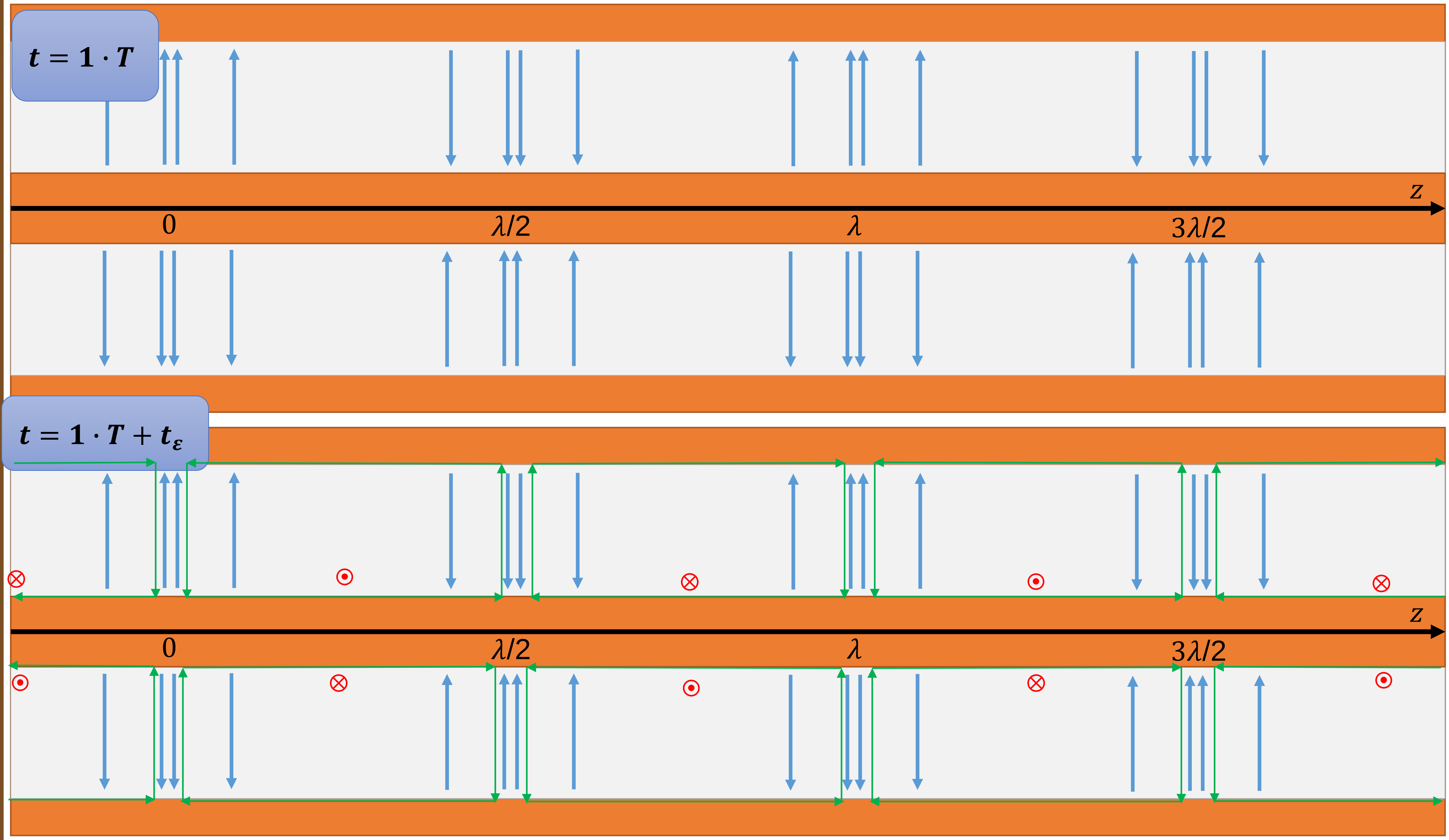
$t = \frac{3}{4} \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$



$t = \frac{3}{4} \cdot T + t_{\varepsilon}$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

$$t = \frac{7}{8} \cdot T$$





$t = 1 \cdot T$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$
$t = 1 \cdot T + t_\varepsilon$
z
0
$\lambda/2$
λ
$3\lambda/2$

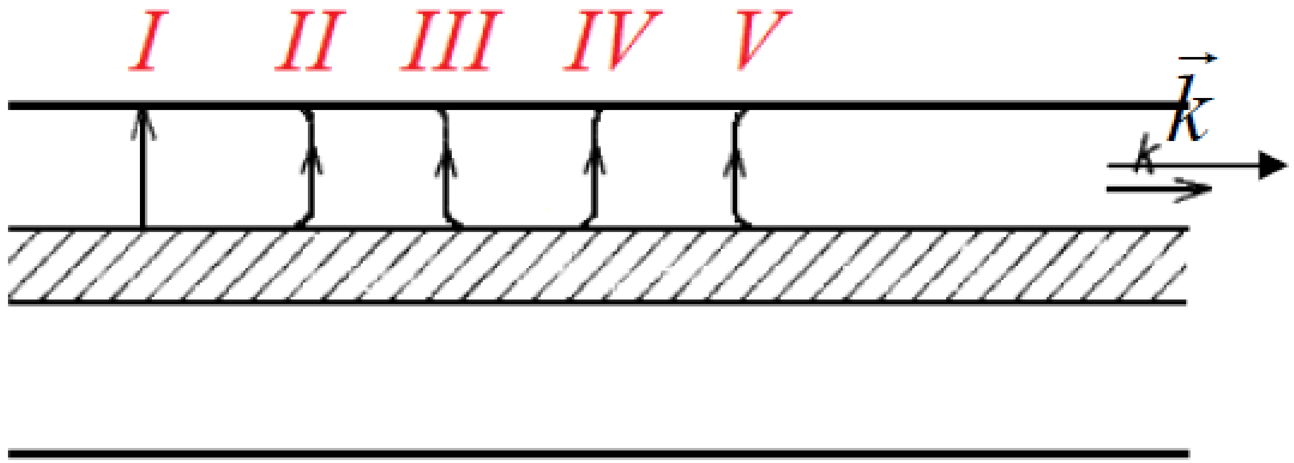
Zadanie 3.7

Która z linii prawidłowo pokazuje kształt linii sił pola $\vec{E}$ dla fali TEM w przekroju wzdłużnym linii współosiowej w przypadku:

a) linii bezstratnej,

b) linii o stratnych przewodach,

c) linii o stratnym dielektryku?



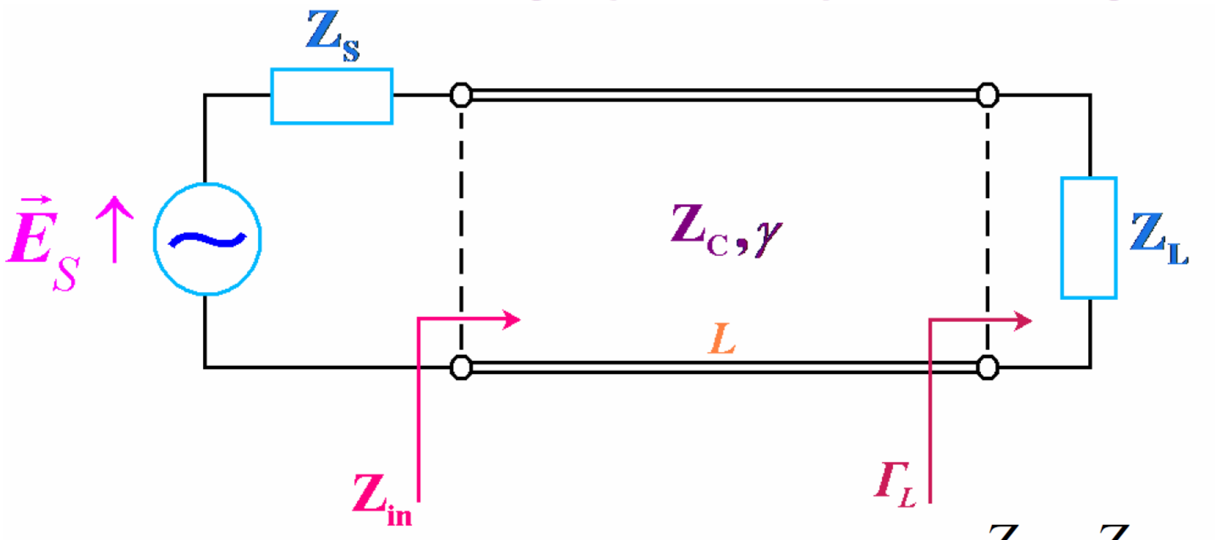
Zadanie 3.9

Wykazać, że zwarty odcinek dwuprzewodowej linii TEM o długości l zachowuje się jak skupiona indukcyjność jeśli $l \ll \lambda$. Obliczyć tę indukcyjność.

Zadanie 3.10

Wykazać, że rozwarty odcinek dwuprzewodowej linii TEM o długości l zachowuje się jak skupiona pojemność jeśli $l \ll \lambda$. Obliczyć tę pojemność.

Rozwiązanie problemu linii długiej (problemu falowego jednowymiarowego)



współczynnik odbicia na końcu linii:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

impedancja wejściowa:

$$Z_{in} = Z(-L) = Z_c \frac{e^{(\gamma L)} + \Gamma_L e^{(-\gamma L)}}{e^{(\gamma L)} - \Gamma_L e^{(-\gamma L)}}$$

w linii bezstratnej:

$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan(\beta L)}{Z_c + jZ_L \tan(\beta L)}$$

współczynnik odbicia na wejściu:

$$\Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c}$$

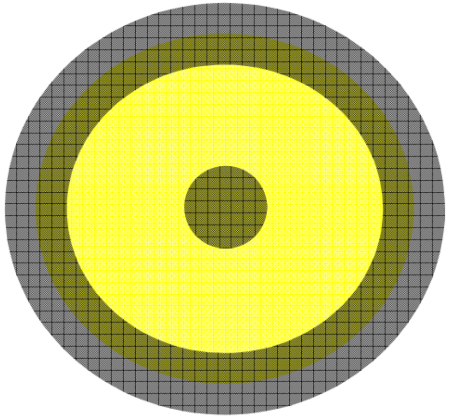
IRTM

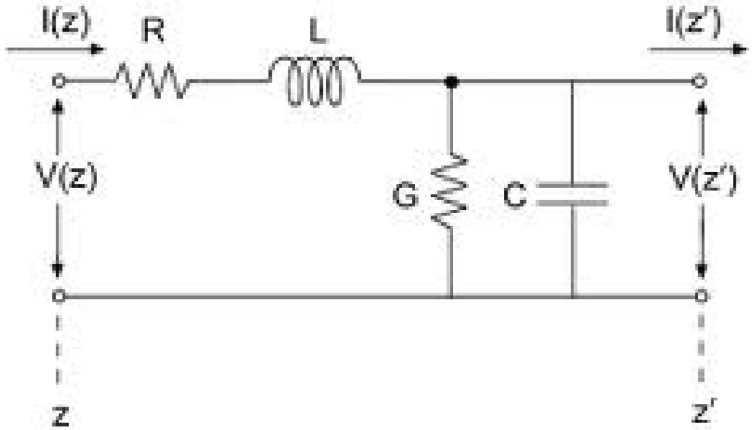
Linia współosiowa o promieniach a = 27,3 cm i b = 10 cm wypełniona jest dielektrykiem o parametrach $\varepsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$, $\sigma = 0$. Obliczyć:

a) pojemność jednostkową,

b) indukcyjność jednostkową,

c) impedancję charakterystyczną linii.





$$U_0 = E_b\, b\, ln\frac{a}{b}$$

$$I_0 = \frac{E_b}{Z_w} 2\,\pi\, b$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{U_0} = \frac{2\pi\varepsilon}{ln\frac{a}{b}}\ [F/m]$$

pojemność jednostkowa

$$L_1 = \frac{\Phi_1}{I_0} = \frac{\mu}{2\pi} ln\frac{a}{b}\ [H/m]$$

indukcyjność jednostkowa

$$Z_c = \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}\ [\Omega]$$

impedancja charakterystyczna

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

prędkość fali

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{L_1 C_1}$$

stała propagacji