

Pola i fale: Ćwiczenia 15

Falowody kołowe.

Rezonatory cylindryczne.

Prowadzący ćwiczenia:

mgr inż. Mateusz Marek Kryszicki

Adres e-mail:

kryszicki.politechnika@gmail.com

Strona www:

<http://staff.elka.pw.edu.pl/~mkryszick>

Konsultacje (proszę wcześniej o maila):

cz. 12:15-14:00, p.543

Materiał opracowany przez M. Kryszickiego na podstawie wcześniejszych materiałów do przedmiotów POFA i EFWA opracowanych przez M. Celuch, W. Gwarka oraz B. Salskiego



**Instytut Radioelektroniki
i Technik Multimedialnych**

Zadanie 1

Falowód kołowy o promieniu $r_a = 10 [cm]$ wypełniony jest powietrzem. Obliczyć graniczne długości fali i częstotliwości graniczne dla fal o rodzajach:

a) H_{11} ,

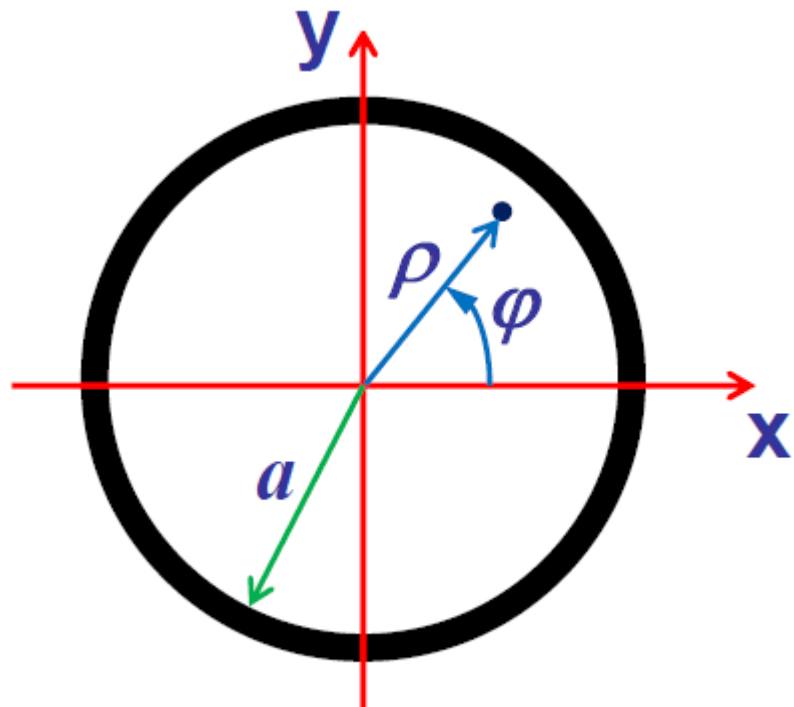
b) H_{01} ,

c) E_{01} ,

d) E_{11} ,

Jak na powyższe wyniki wpłynie wypełnienie falowodu dielektrykiem o przenikalności $\varepsilon = 4$?

Układ współrzędnych



Częstotliwość graniczna
dla modu typu TM (E):

$$\beta_{g,m,n} = \frac{\chi_{m,n}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{g\,m,n}}$$

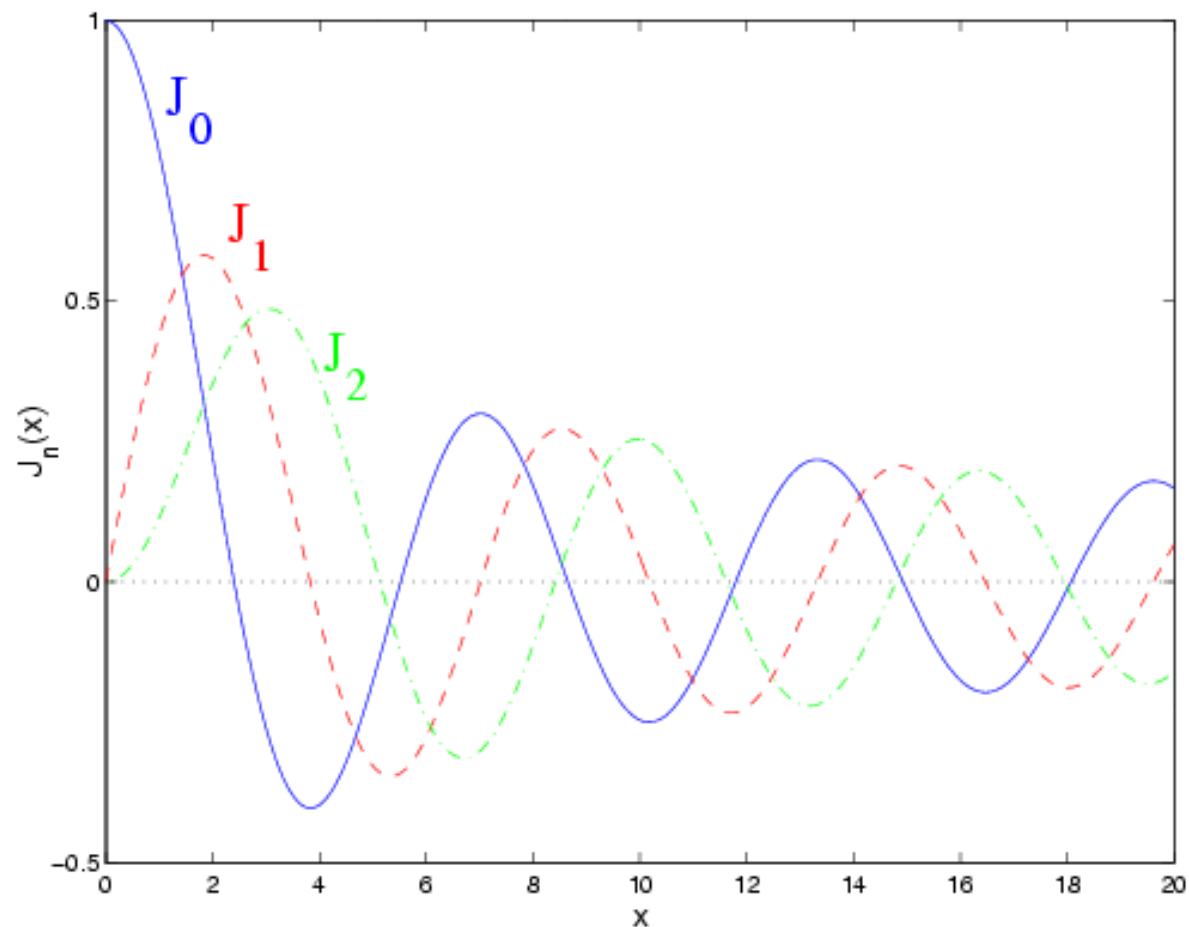
$\chi_{m,n}$: n – ty pierwiastek
funkcji Bessela m – tego rzędu

Częstotliwość graniczna
dla modu typu TE (H):

$$\beta_{g,m,n} = \frac{\chi'_{m,n}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{g\,m,n}}$$

$\chi_{m,n}$: n – ty pierwiastek
Pierwszej pochodnej
funkcji Bessela m – tego rzędu

Funkcje Bessela (pierwszego rodzaju)



$$x = \beta_c a$$

Rząd funkcji m	Numer pierwiastka n	Pierwiastki funkcji J_m $\chi_{m,n}$	Pierwiastki pochodnej J'_m $\chi'_{m,n}$
0	1	2,405	3,832
0	2	5,520	7,016
0	3	8,654	10,173
1	1	3,832	1,841
1	2	7,016	5,331
2	1	5,136	3,054
2	2	8,417	6,706
3	1	6,380	4,201

Zadanie 2

Narysuj rozkład pola elektromagnetycznego w przekrojach poprzecznym i wzdłużnym falowodu kołowego dla rodzajów:

a) H_{11} ,

b) H_{01} ,

c) E_{01} ,

d) E_{11} .

Rodzaje TM w falowodach kołowych

$$E_z = J_m(\beta_c \rho) [A \cos m\varphi + B \sin m\varphi] e^{-\gamma_z z}$$

$$J_m(\beta_c a) = 0$$

$$\beta_{c,m,n} = \frac{\chi_{m,n}}{a}$$

$$E_z = E_{z_0} J_m(\beta_c \rho) \cos(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$E_\rho = -j \frac{\beta_z}{\beta_c} E_{z_0} J'_m(\beta_g \rho) \cos(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$\beta_z = \beta \sqrt{1 - \frac{\beta_c^2}{\beta^2}}$$

$$E_\varphi = j \frac{\beta_z m}{\rho \beta_c^2} E_{z_0} J_m(\beta_c \rho) \sin(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$H_\rho = -j \frac{\omega \varepsilon m}{\rho \beta_c^2} E_{z_0} J_m(\beta_c \rho) \sin(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\beta_c^2}{\beta^2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$$

$$H_\varphi = -j \frac{\omega \varepsilon}{\beta_c} E_{z_0} J'_m(\beta_c \rho) \cos(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

Rodzaje TE w falowodach kołowych

$$H_z = J_m(\beta_c \rho) [A \cos m\varphi + B \sin m\varphi] e^{-\gamma_z z}$$

$$J'(\beta_c a) = 0$$

$$\beta_{c,m,n} = \frac{\chi'_{m,n}}{a}$$

$$H_z = H_{z_0} J_m(\beta_c \rho) \cos(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$H_\rho = -j \frac{\beta_z}{\beta_c} H_{z_0} J'_m(\beta_c \rho) \cos(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$\beta_z = \beta \sqrt{1 - \frac{\beta_c^2}{\beta^2}}$$

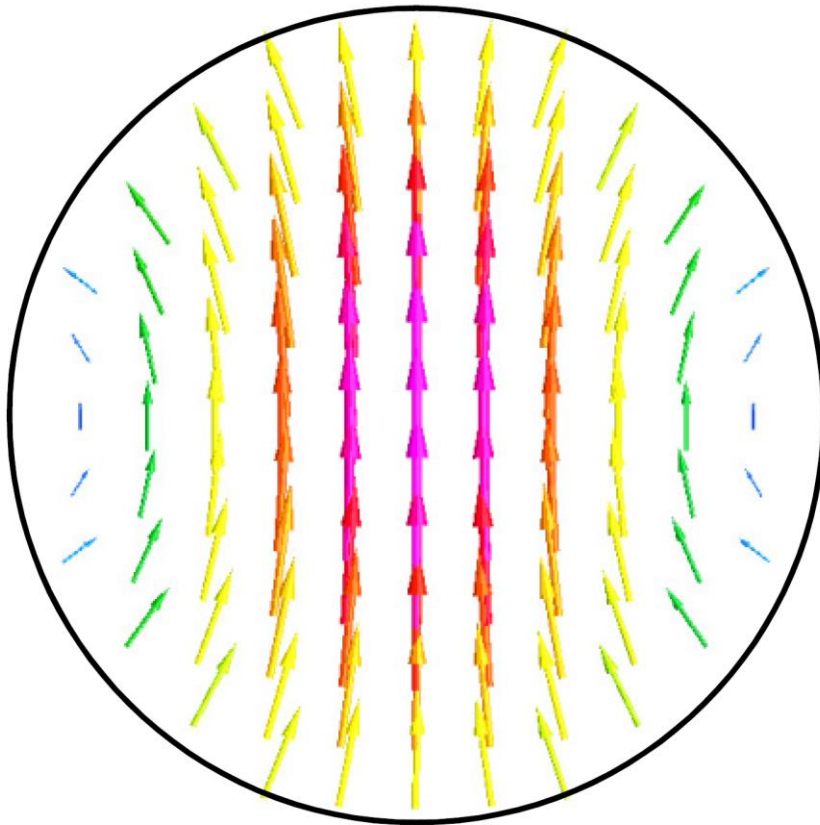
$$H_\varphi = -j \frac{\beta_z m}{\rho \beta_c^2} J_m(\beta_c \rho) \sin(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\beta_c^2}{\beta^2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$$

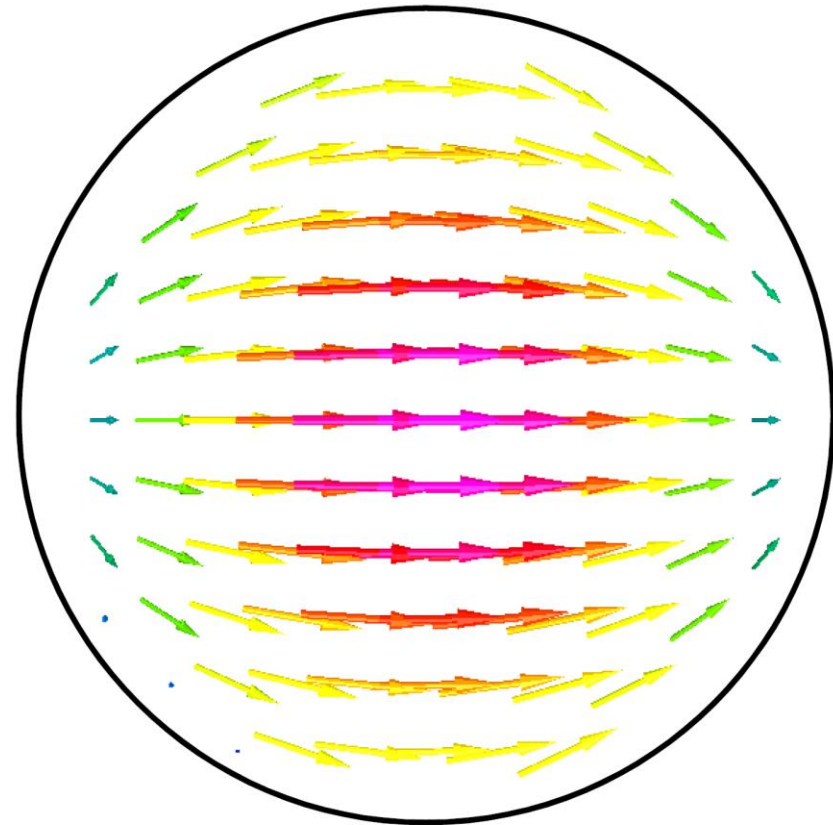
$$E_\rho = -j \frac{\omega \mu m}{\rho \beta_c^2} J_m(\beta_c \rho) \sin(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

$$E_\varphi = j \frac{\omega \mu}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) \cos(m\varphi) e^{-\gamma_z z}$$

TE11

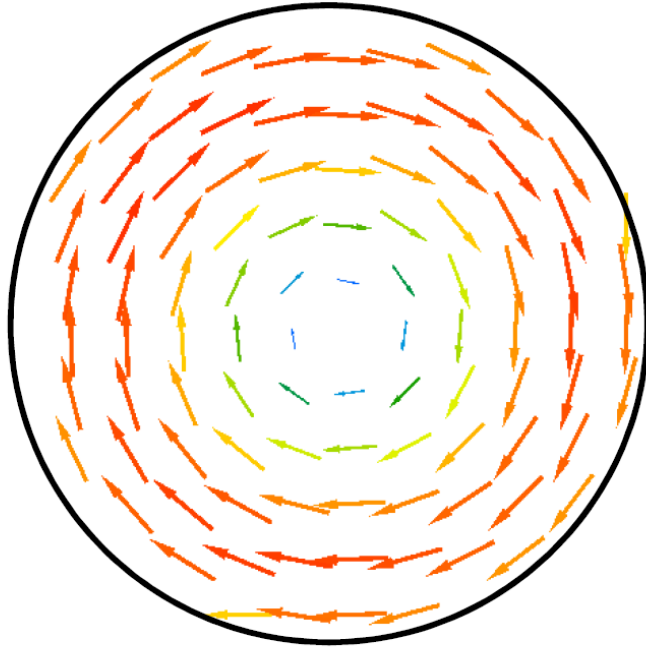


Pole elektryczne



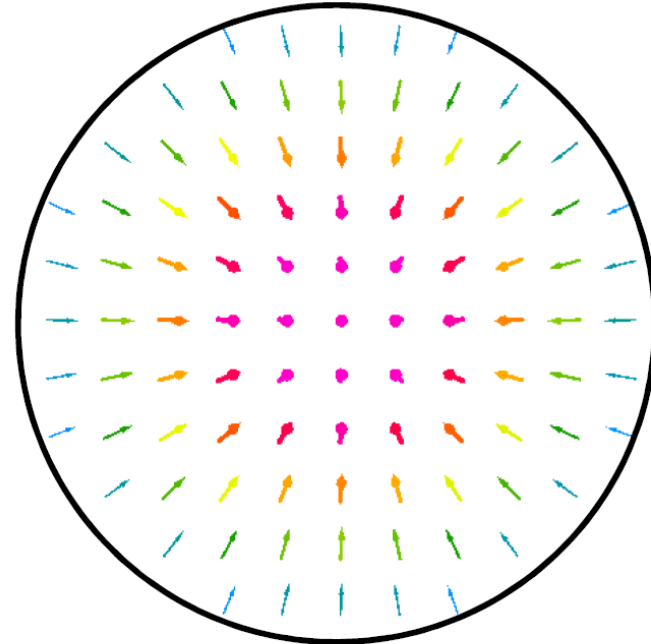
Pole magnetyczne

TM01



Pole magnetyczne

$$\underline{H}_\varphi = \frac{\underline{E}_\rho}{\underline{Z}_\perp} = \frac{\underline{E}_\rho}{Z_w \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{g0,1}}{\omega}\right)^2}}$$

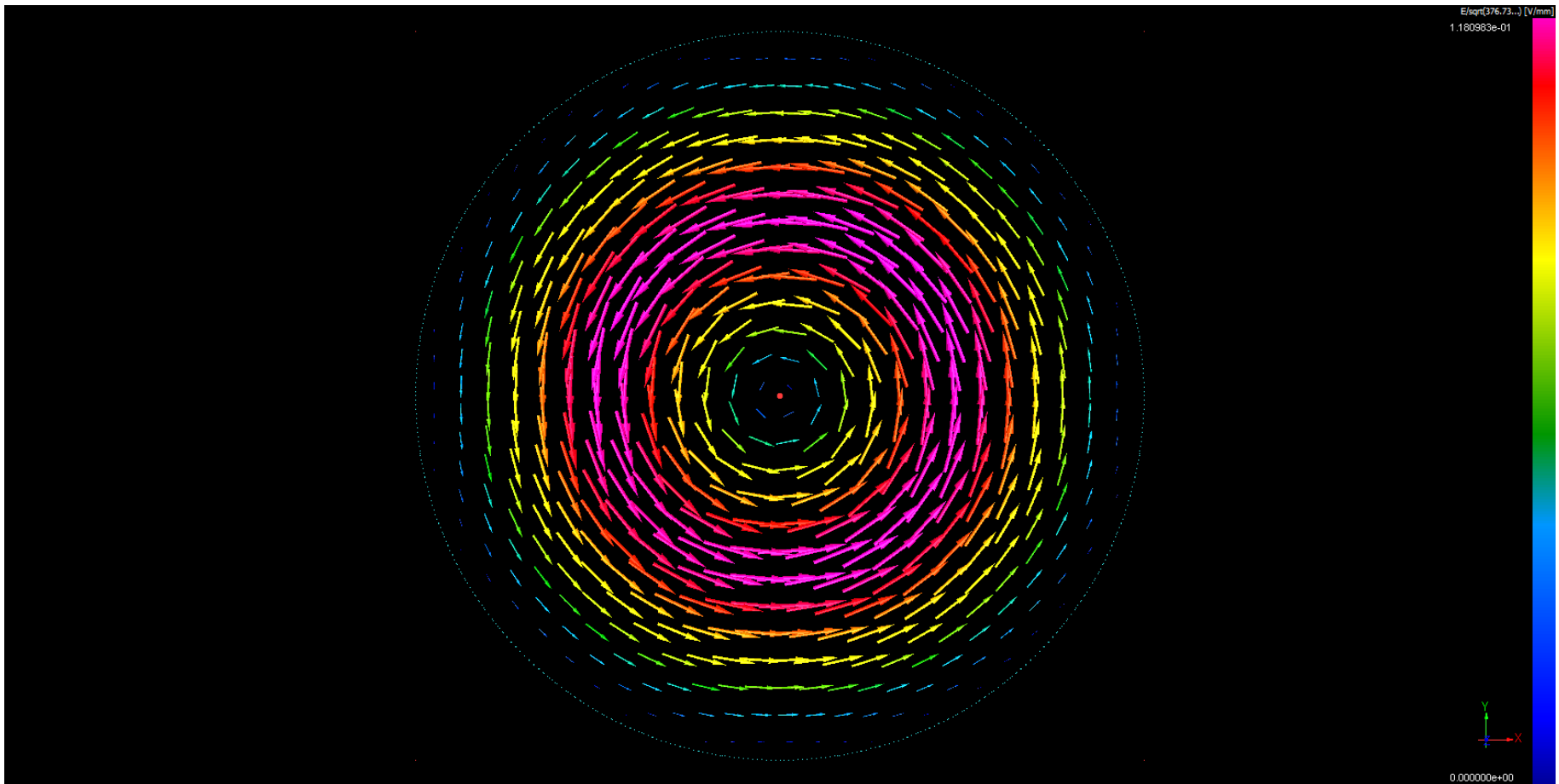


Pole elektryczne

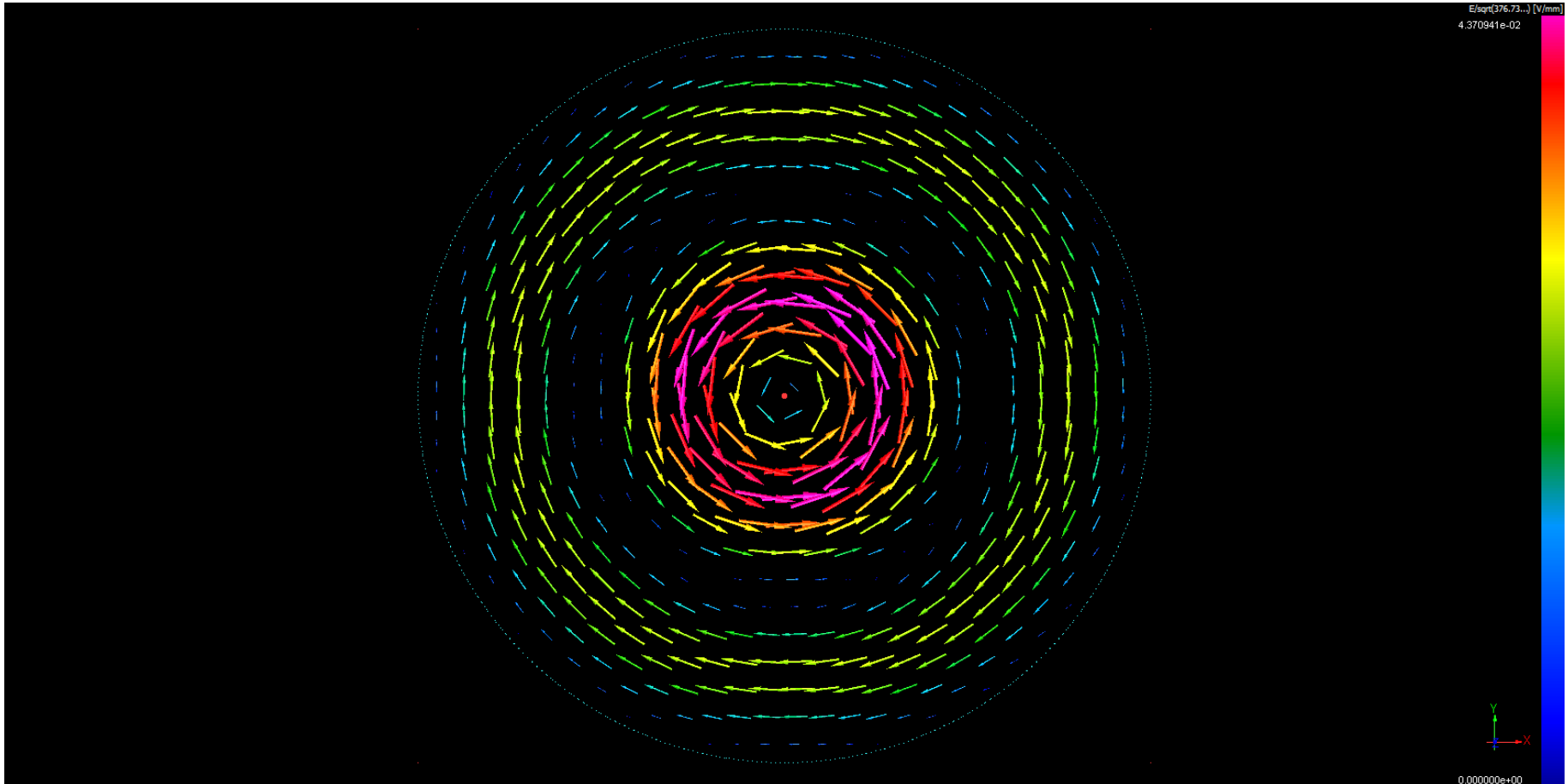
$$\underline{E}_z = \underline{E}_{z0} J_0 \left(\chi_{01} \frac{\rho}{a} \right) e^{j(\omega t - \beta_z z)}$$

$$\underline{E}_\rho = \underline{E}_{\rho0} J'_0 \left(\chi_{01} \frac{\rho}{a} \right) e^{j(\omega t - \beta_z z)}$$

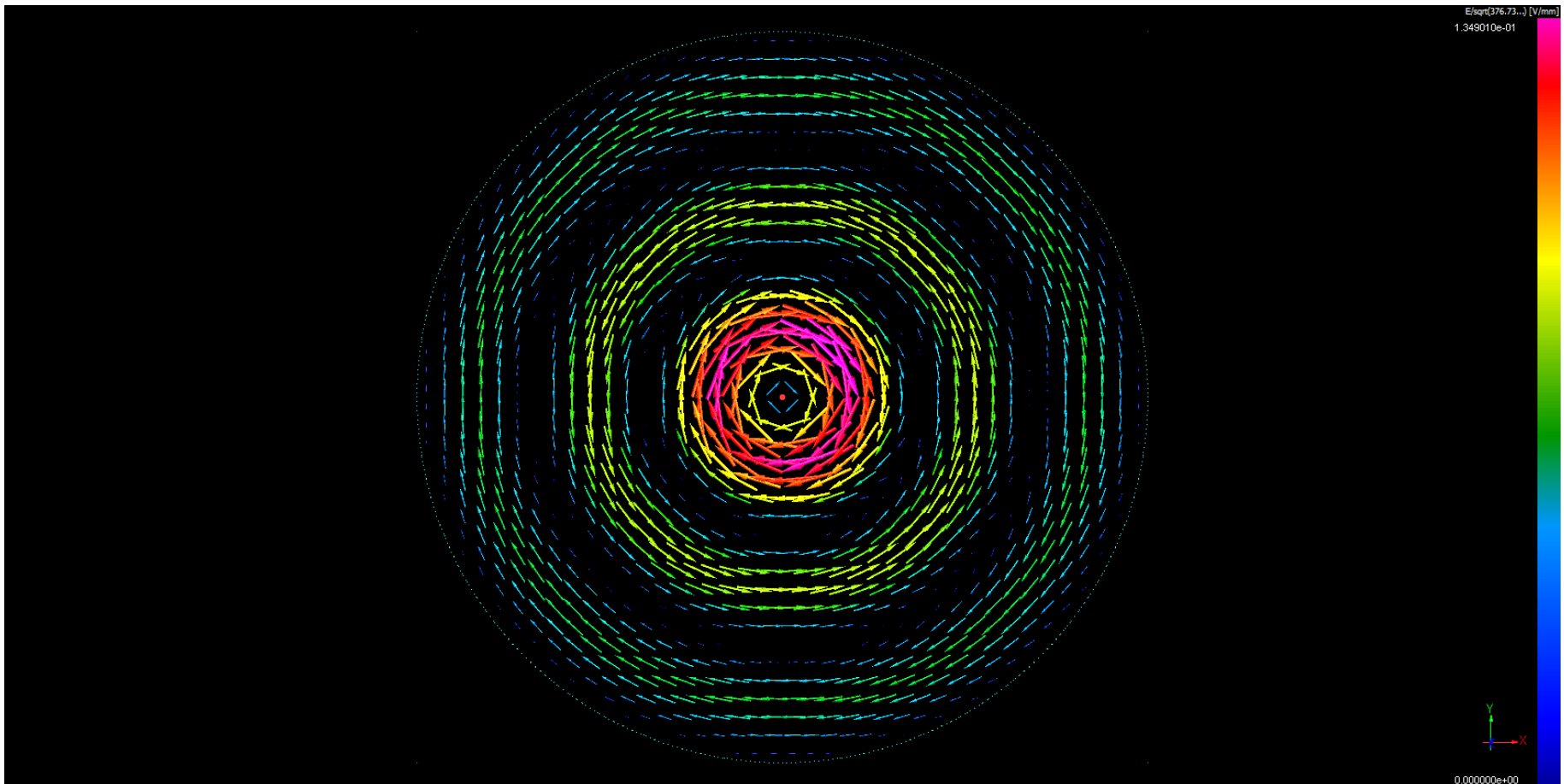
TE01 Pole E



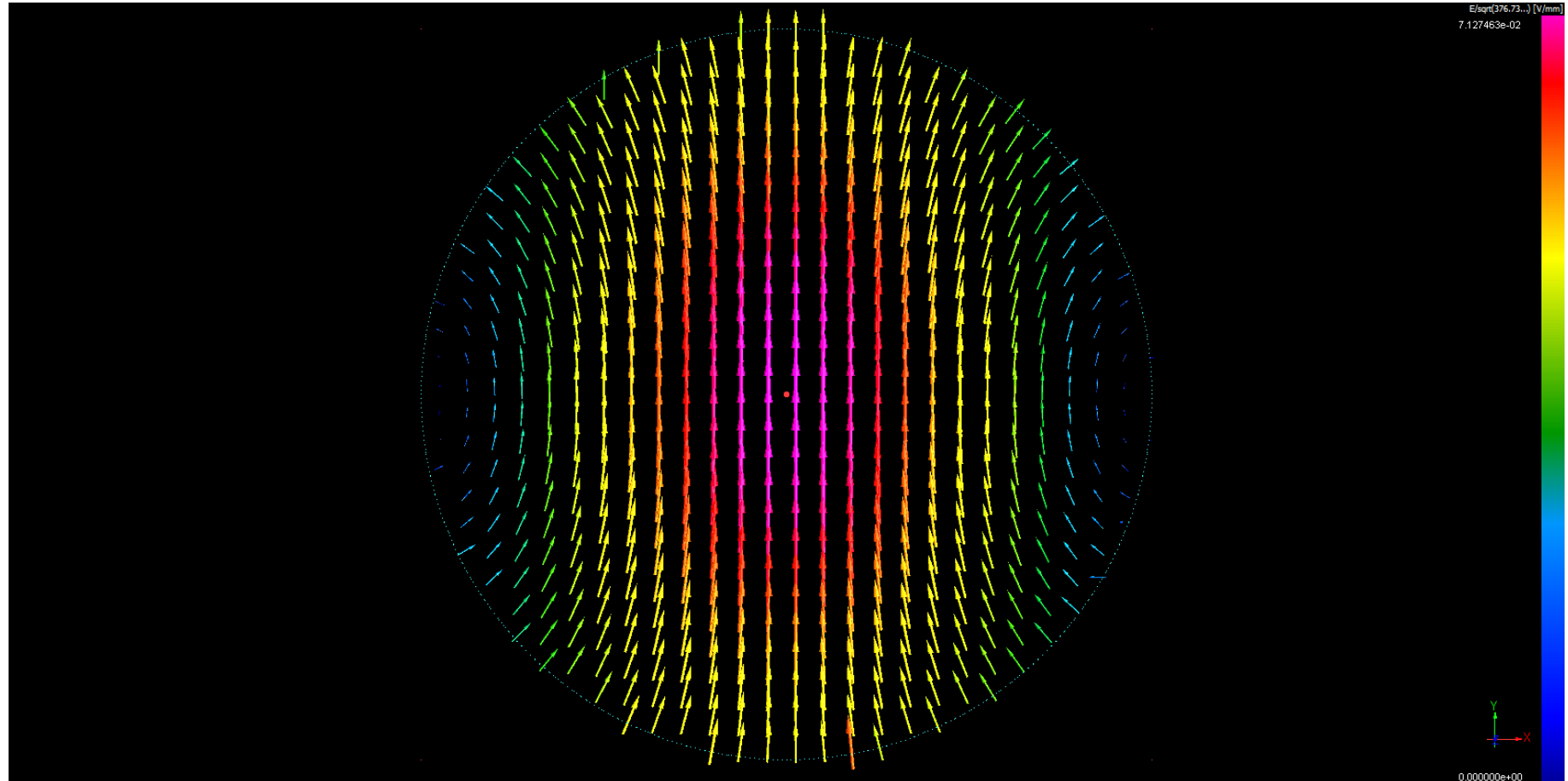
TE02 Pole E



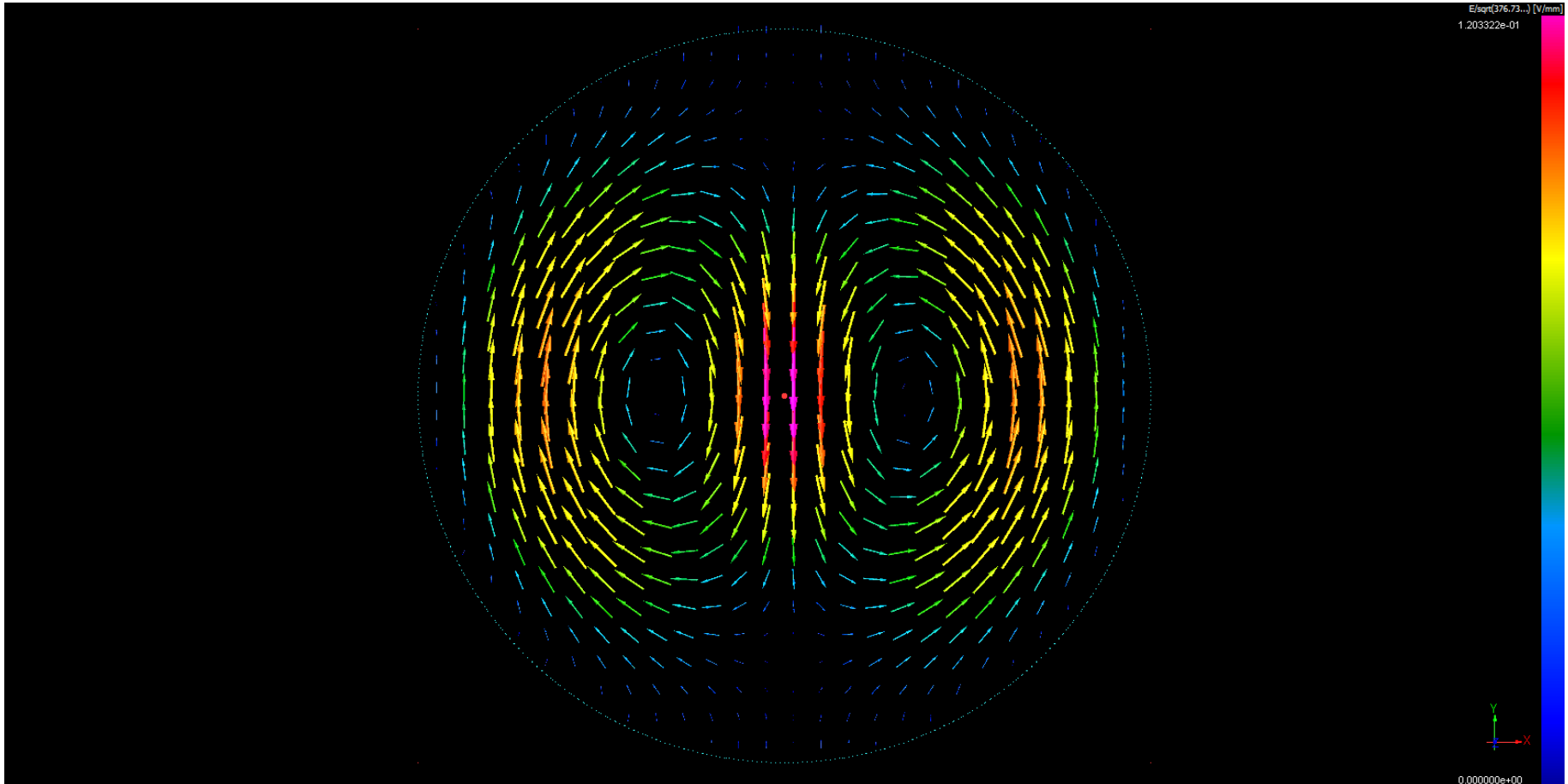
TE03 Pole E



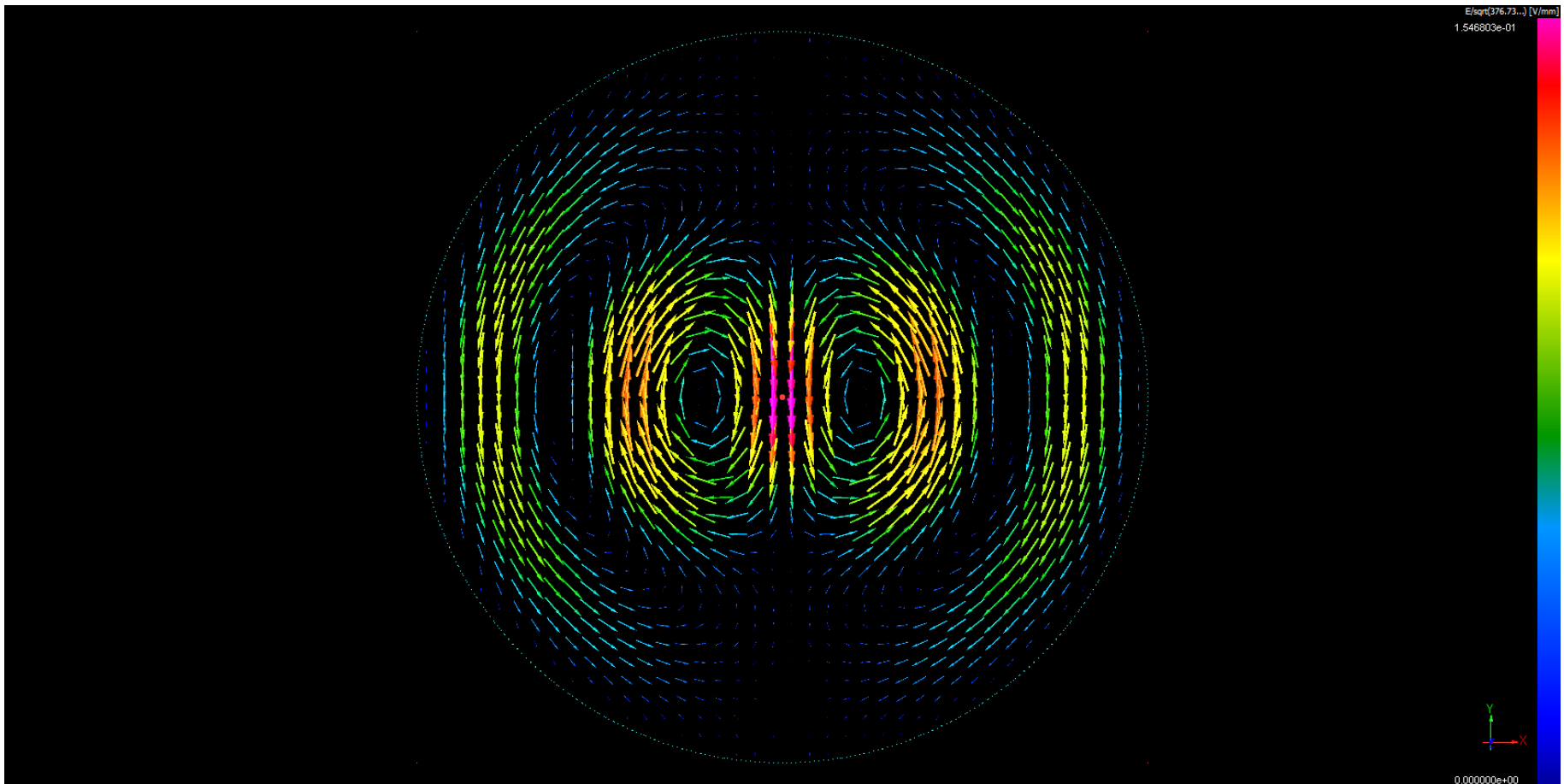
TE11 Pole E



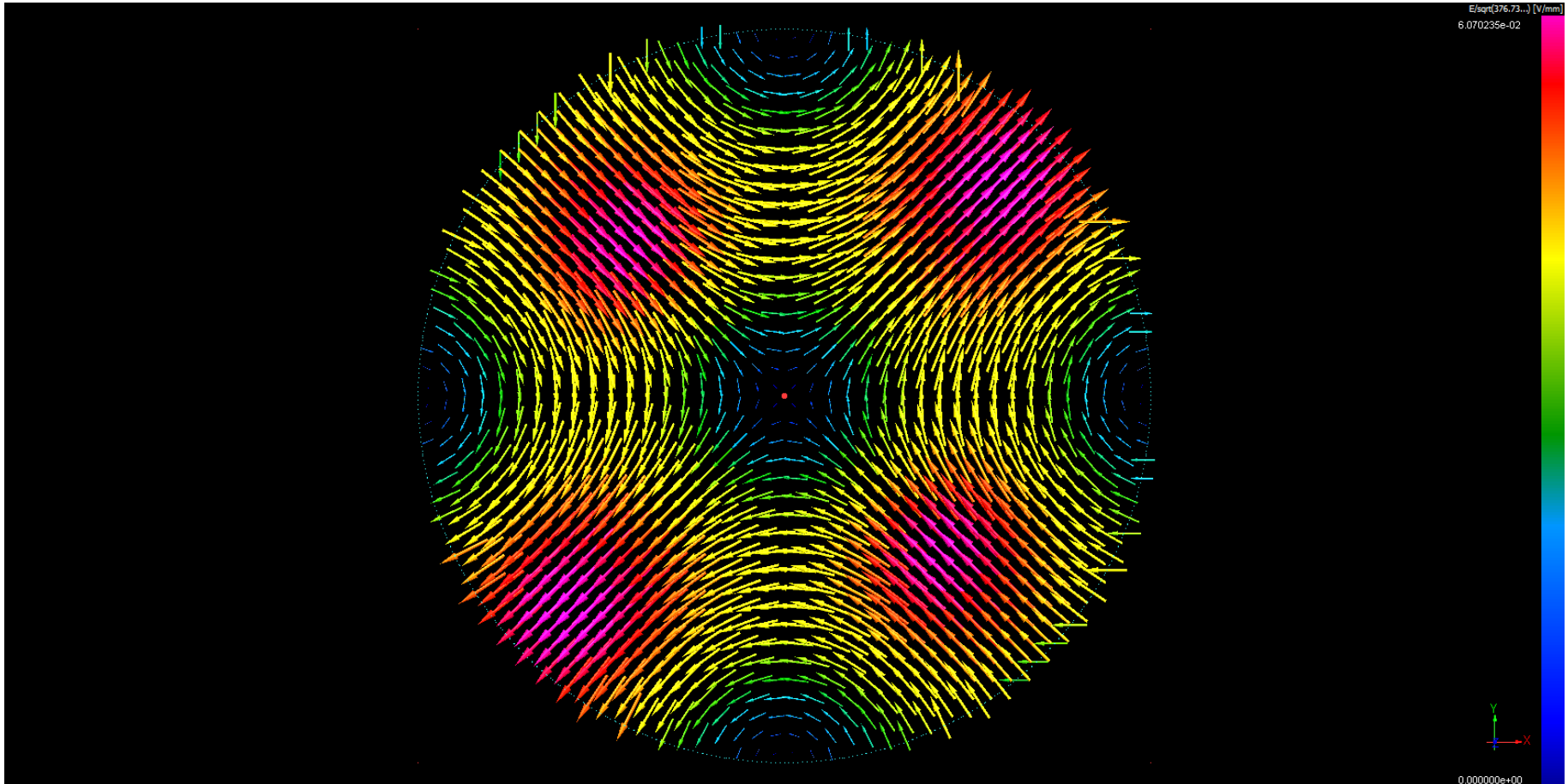
TE12 Pole E



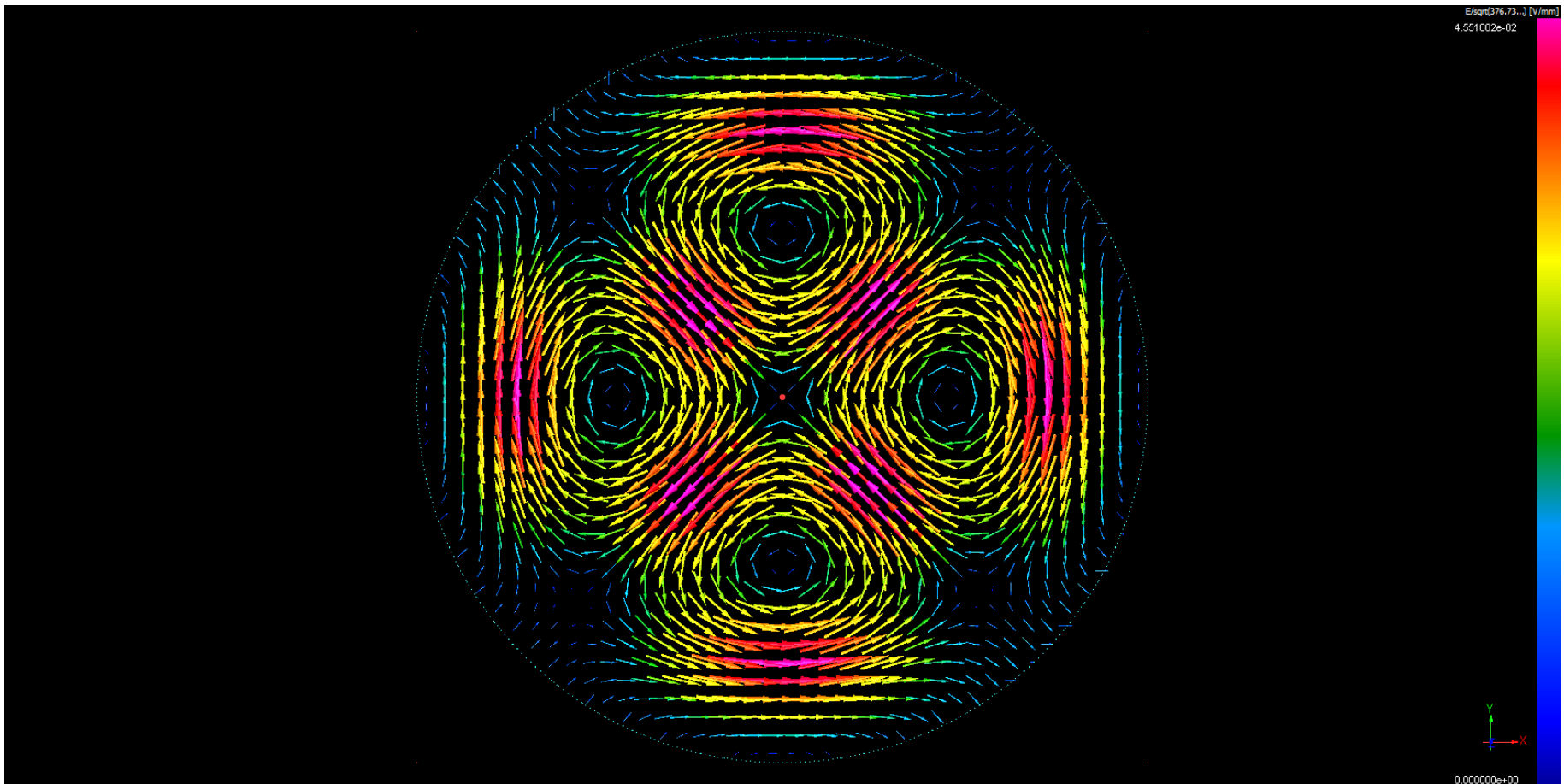
TE13 Pole E



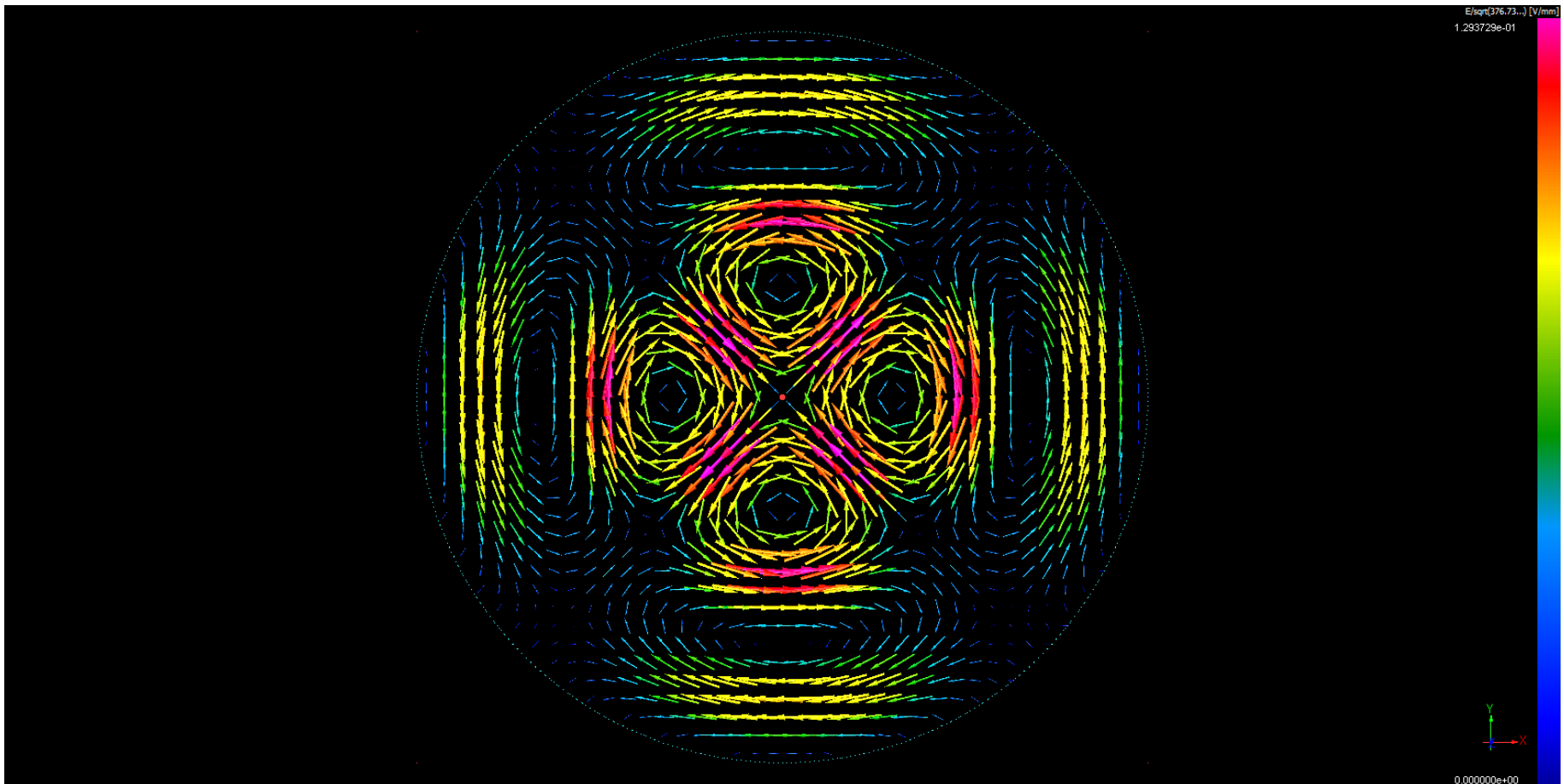
TE21 Pole E



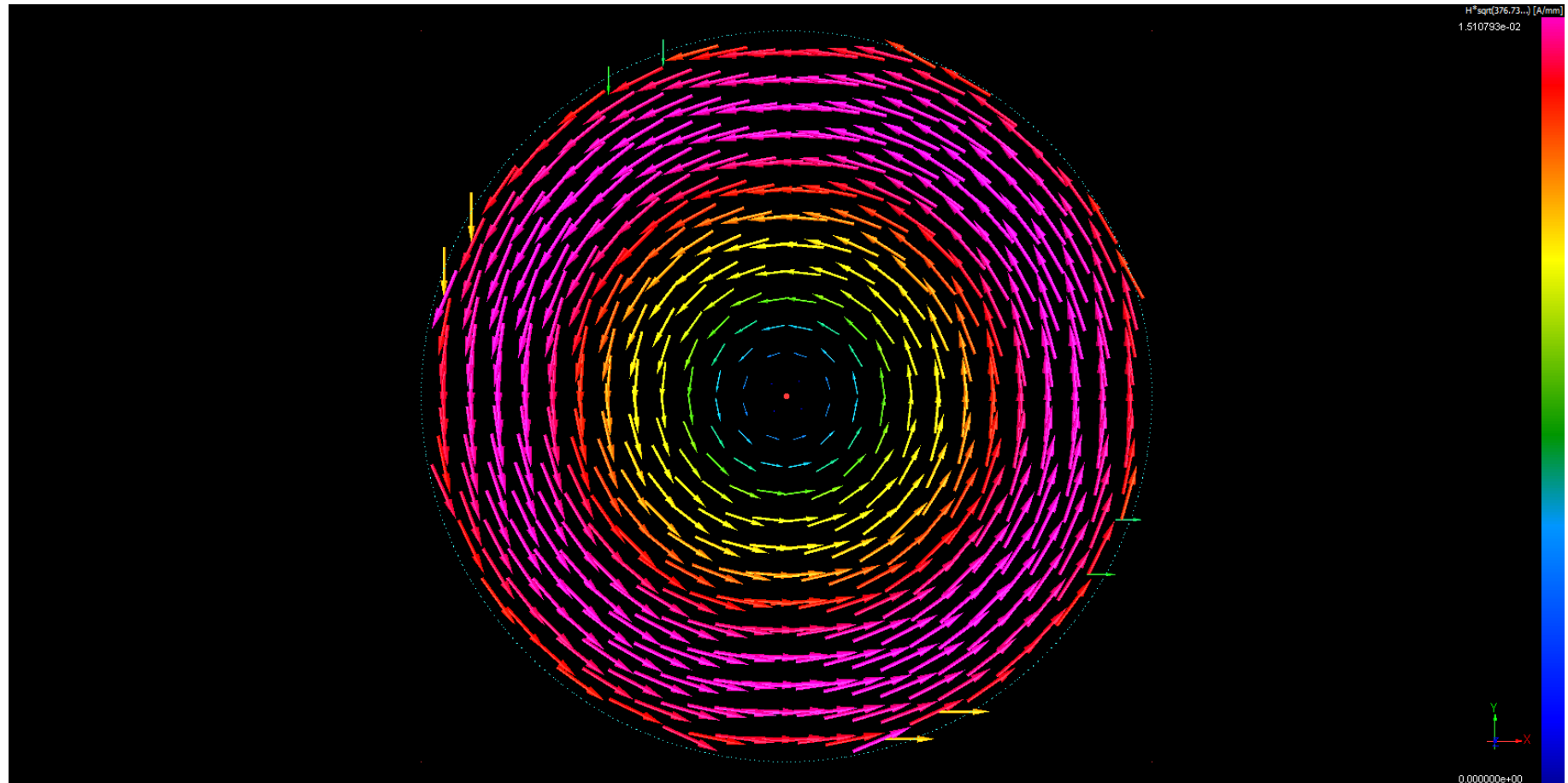
TE22 Pole E



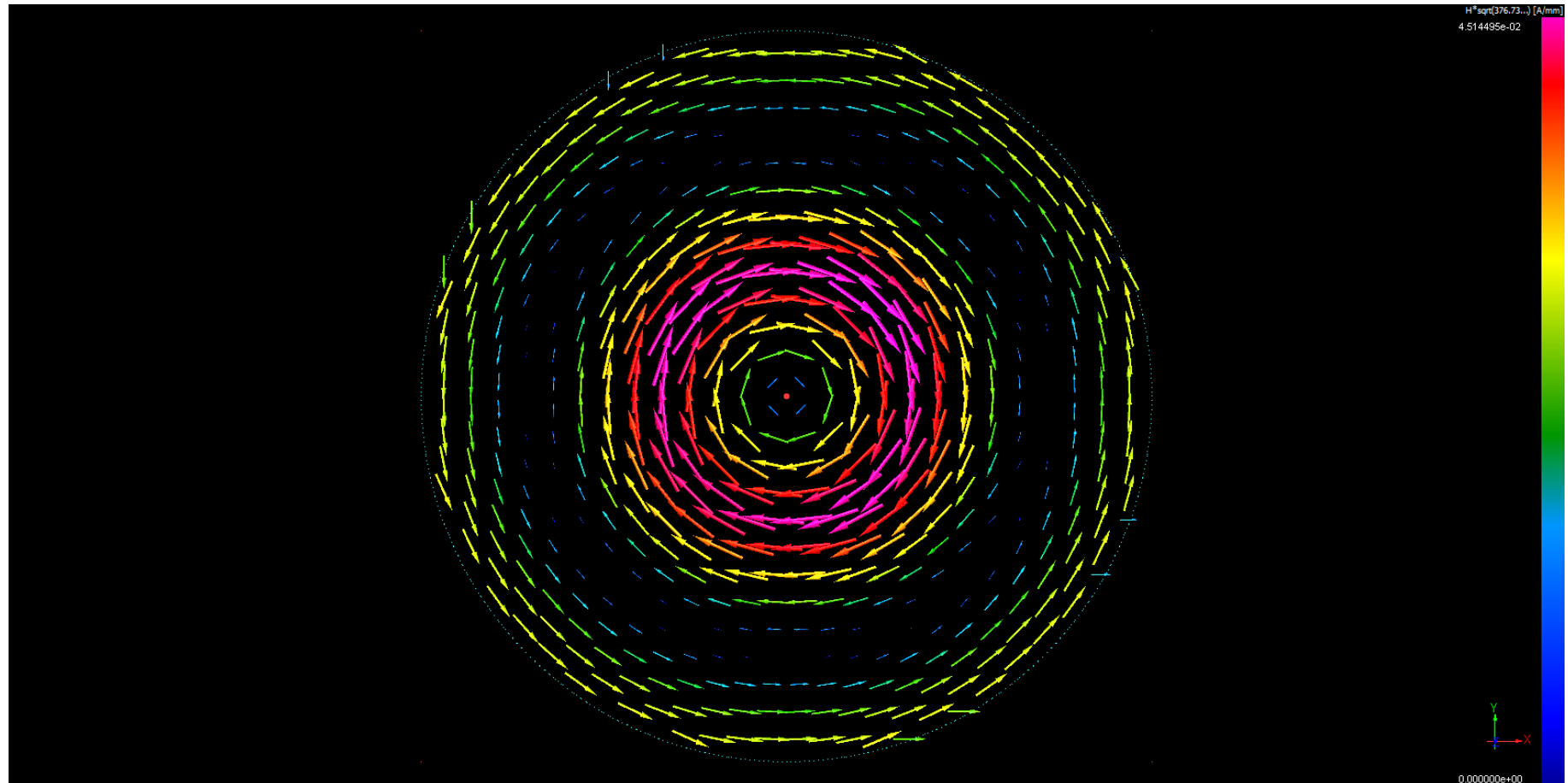
TE23 Pole E



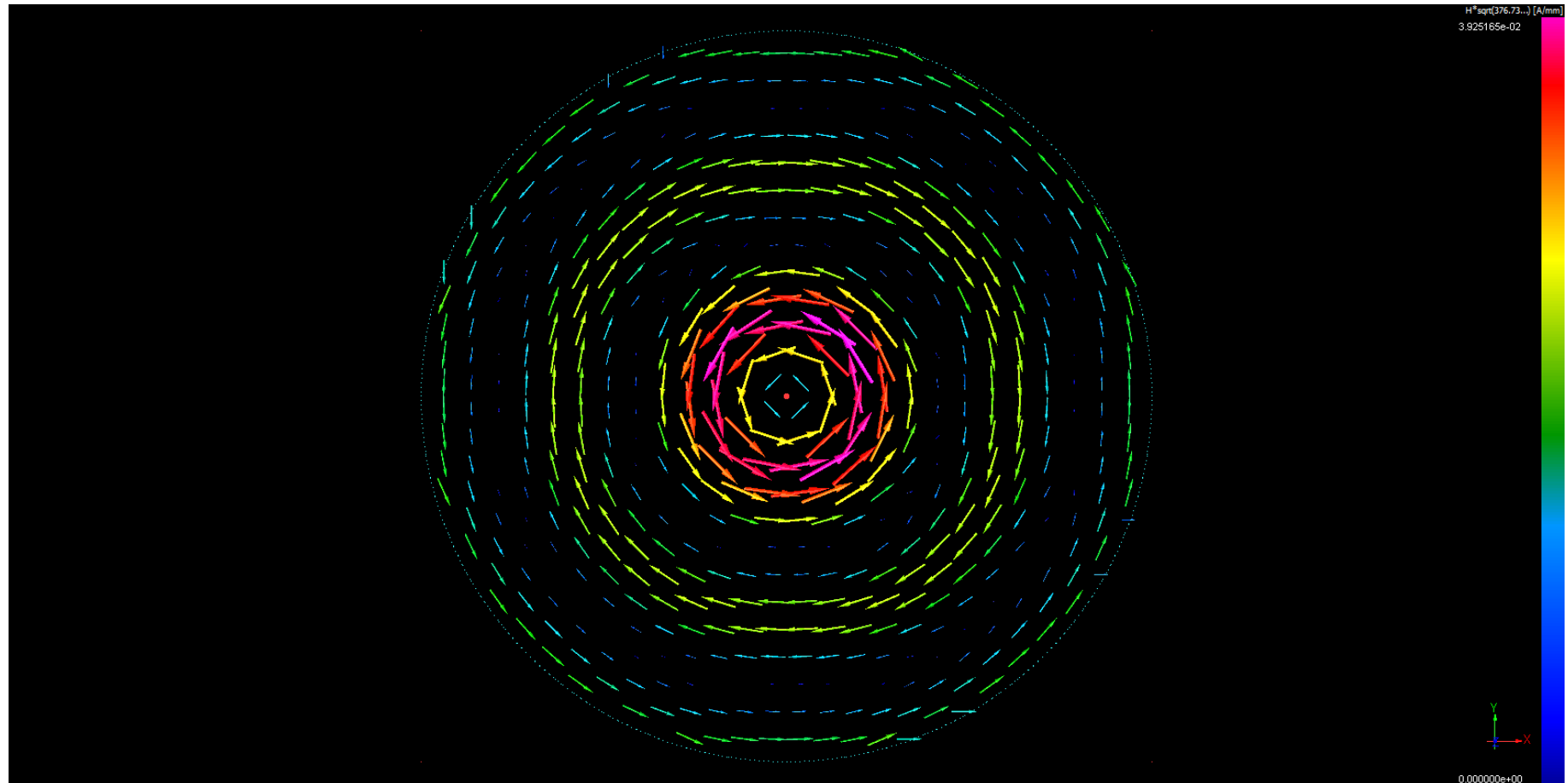
TM01 Pole H



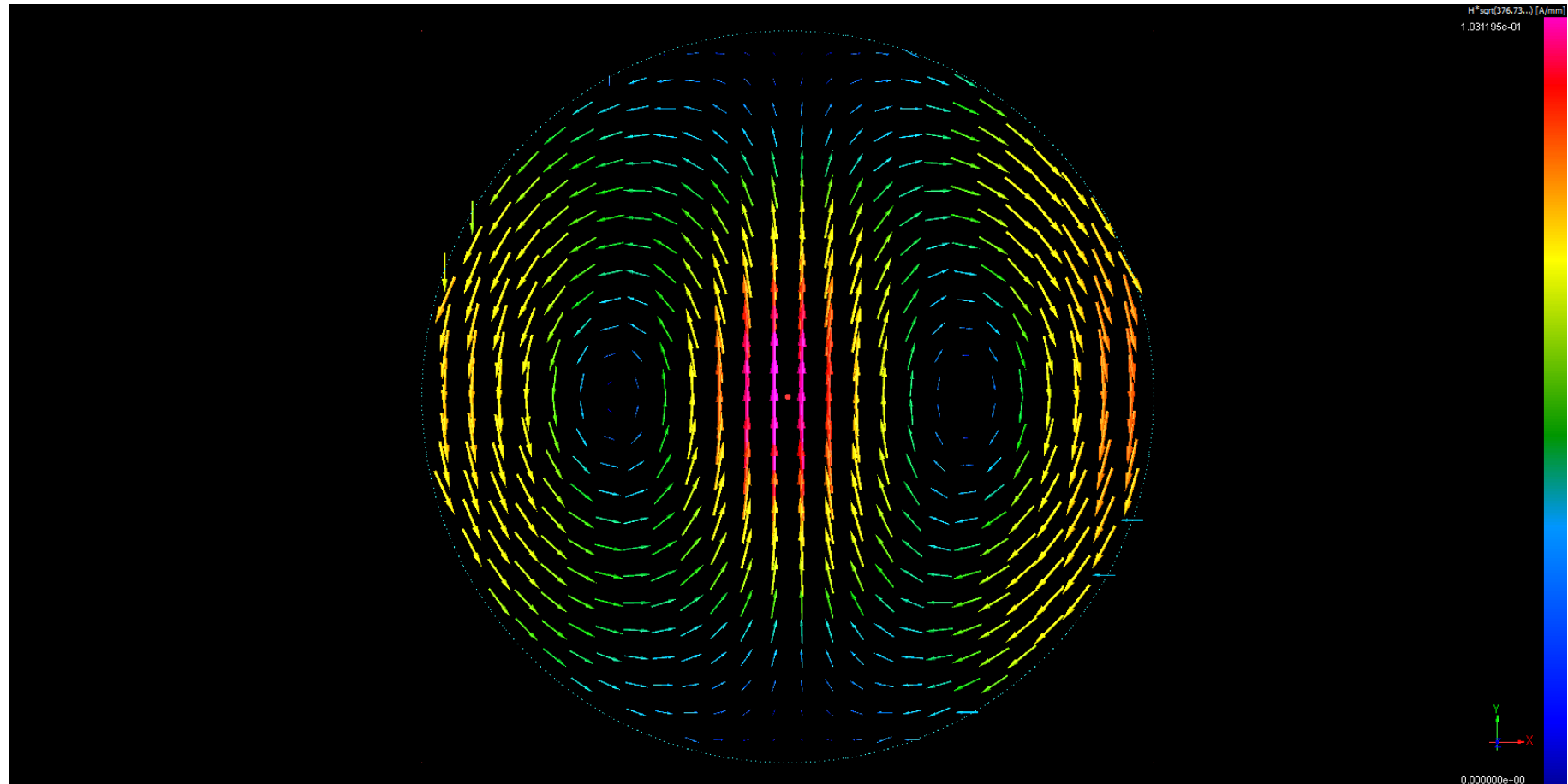
TM02 Pole H



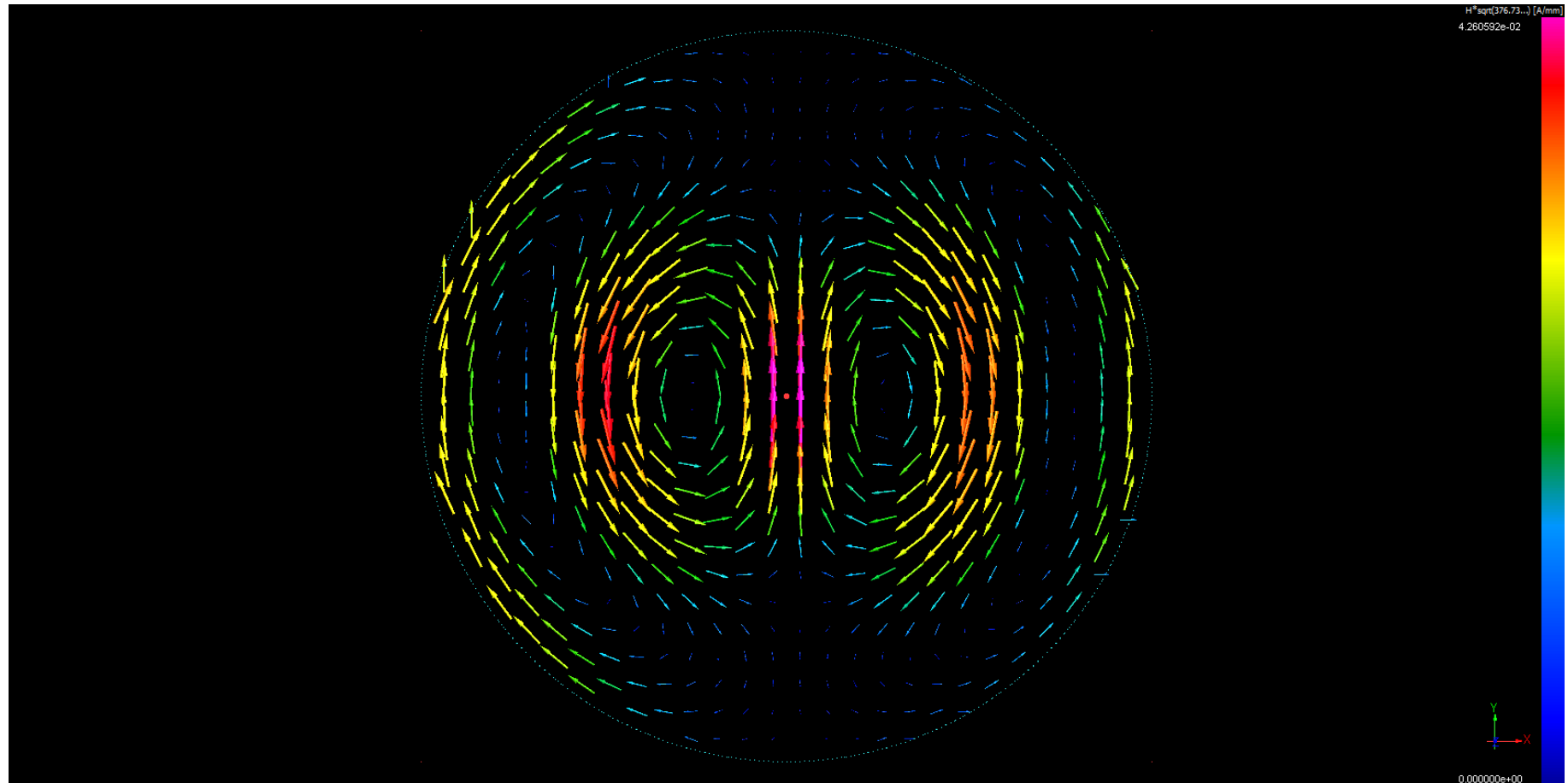
TM03 Pole H



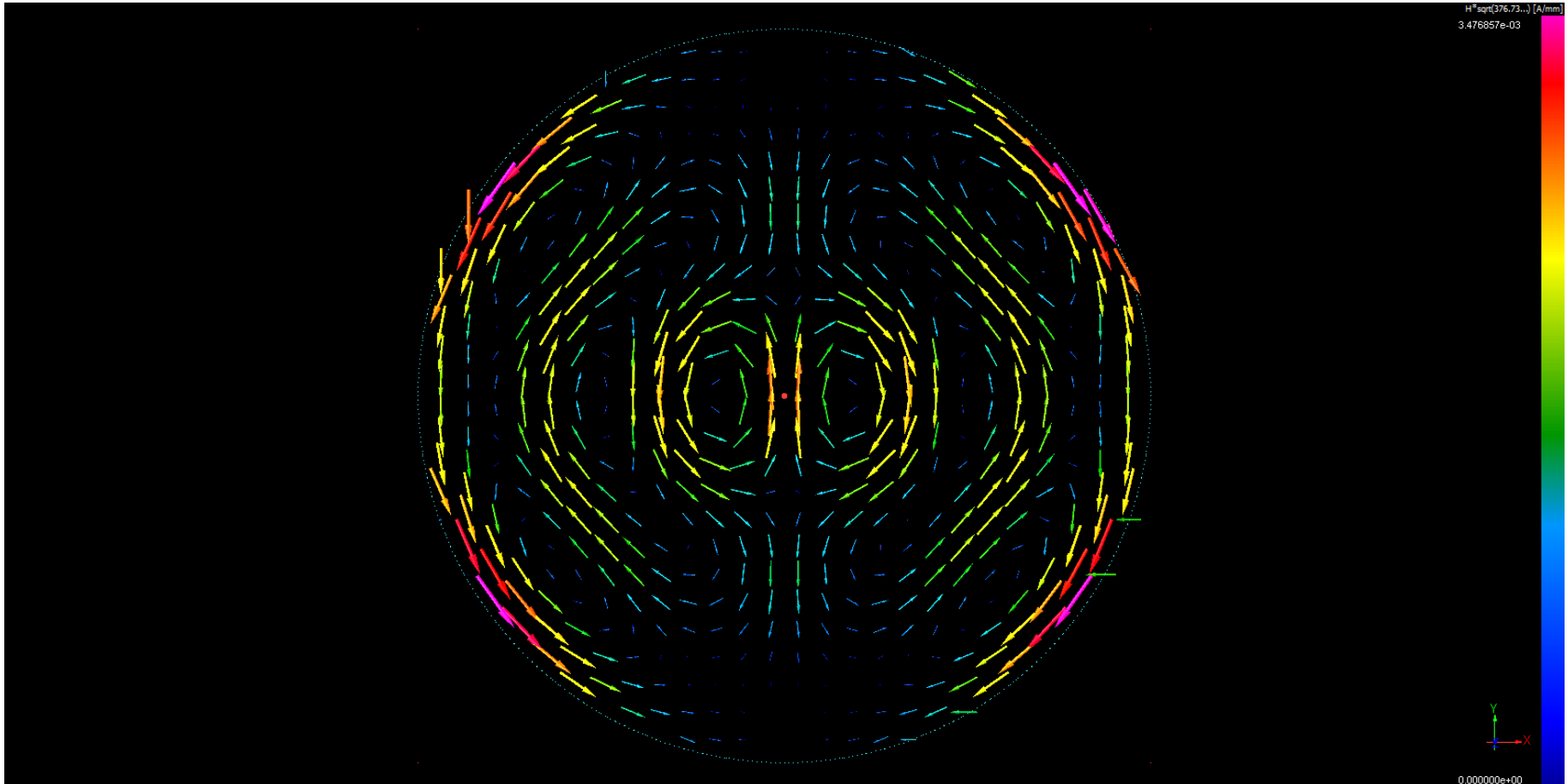
TM11 Pole H



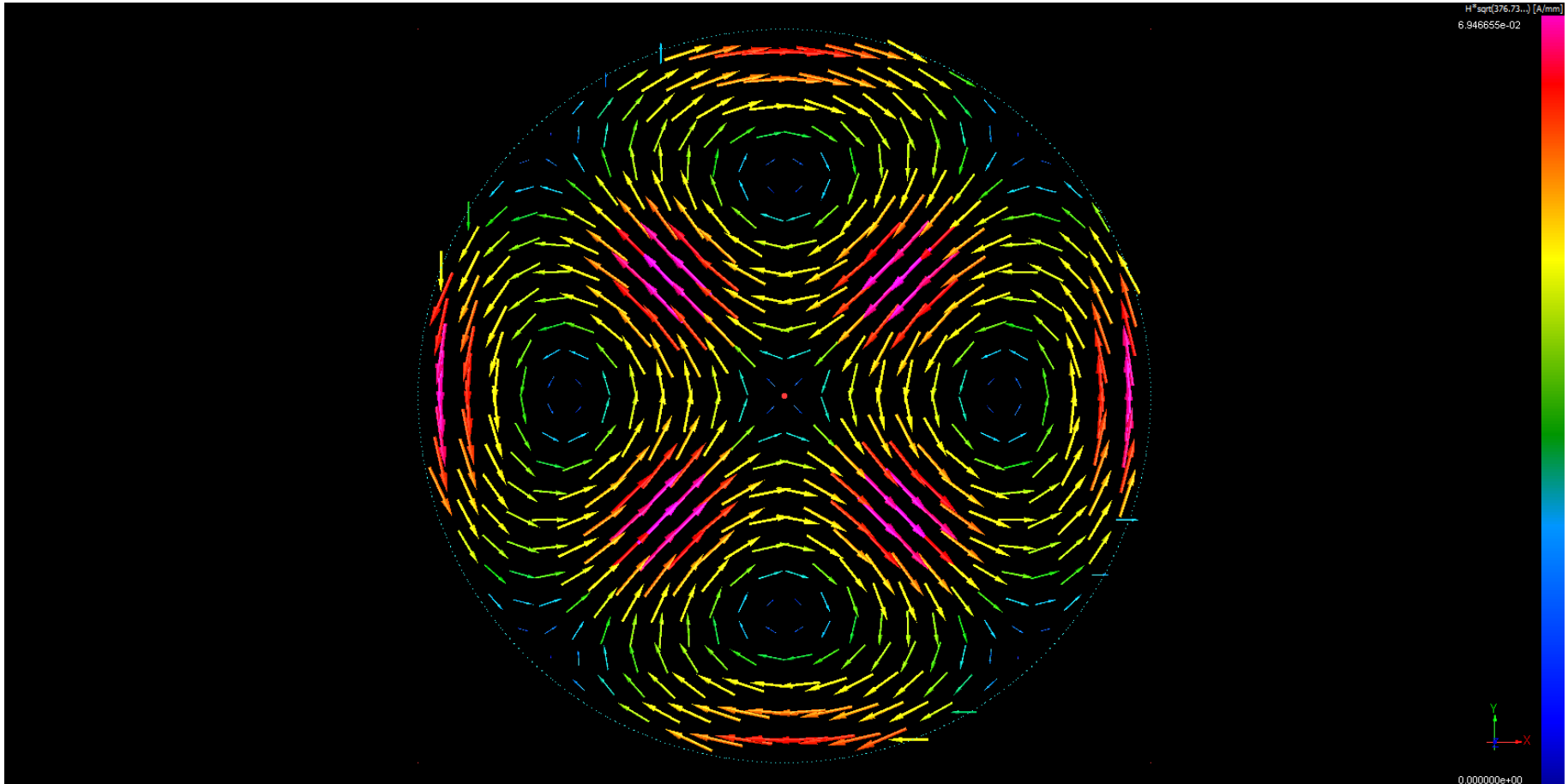
TM12 Pole H



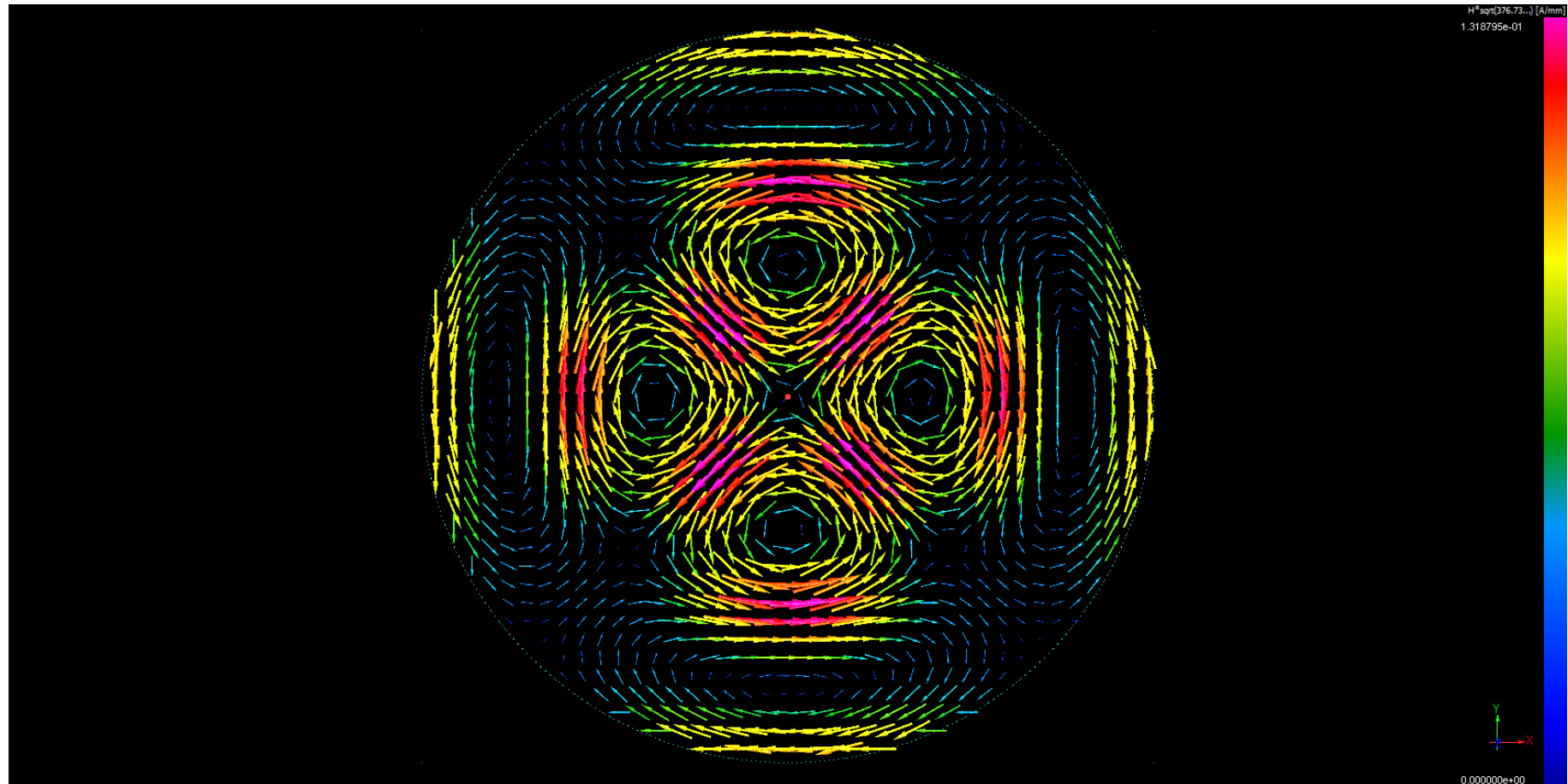
TM13 Pole H



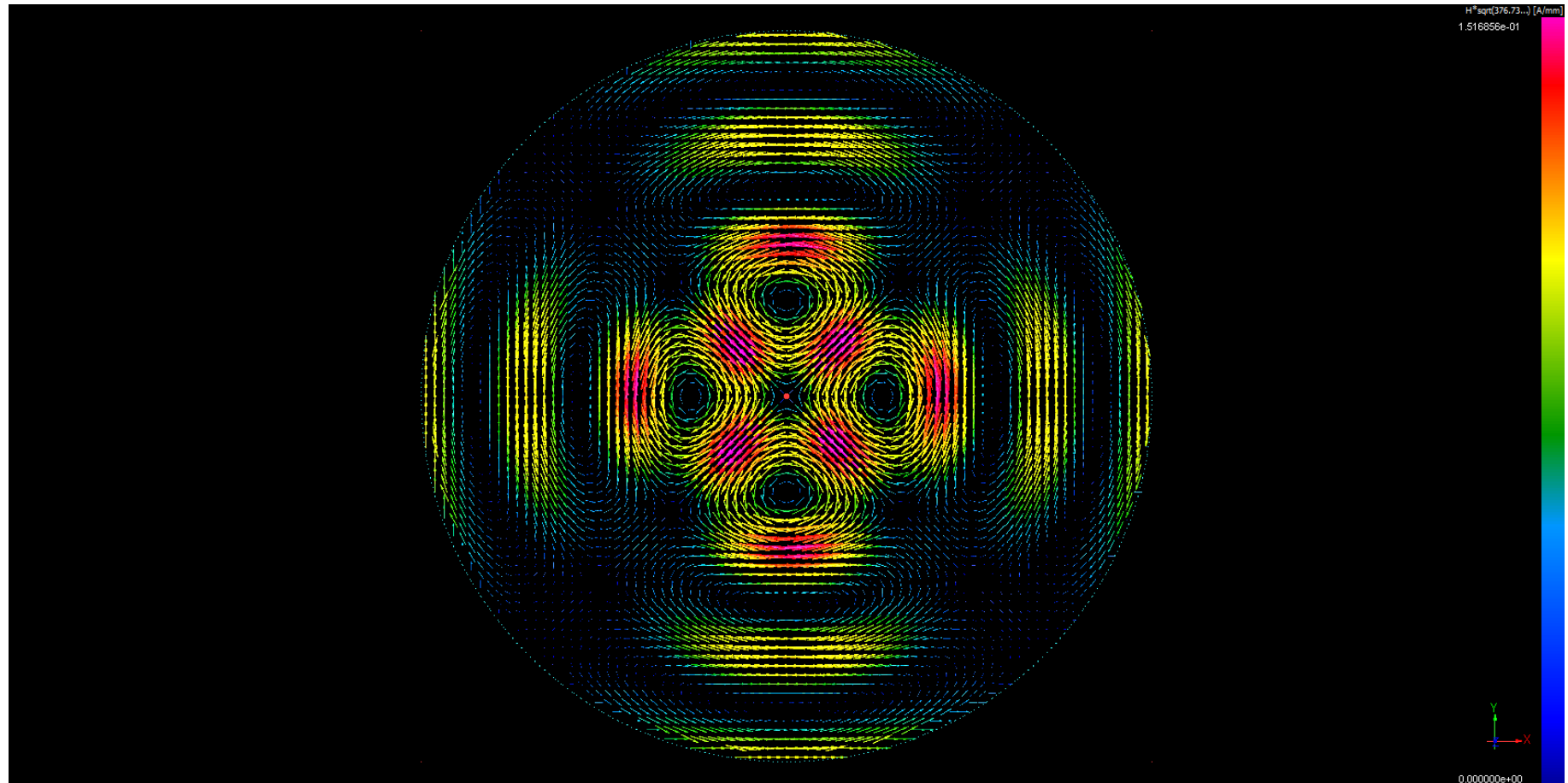
TM21 Pole H



TM22 Pole H



TM23 Pole H



Zadanie 3

Określić rezonansowe długości fal rezonatora cylindrycznego wypełnionego powietrzem o promieniu $a = 10 \text{ [cm]}$ i długości $l = 20 \text{ [cm]}$ dla następujących rodzajów rezonansowych

a) H_{111} ,

b) H_{112} ,

c) H_{011}

d) H_{010} , (?)

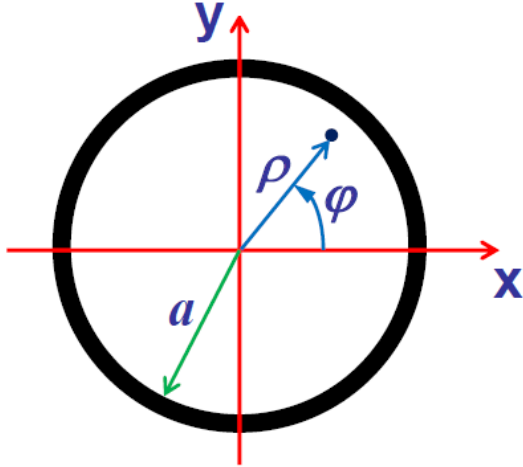
e) E_{010} ,

f) E_{111} ,

g) E_{011} .

Rezonator cylindryczny

Układ współrzędnych



Częstotliwość graniczna
FALOWODU
dla rodzaju typu TM (E):

$$\beta_{g,m,n} = \frac{\chi_{m,n}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{g m,n}}$$

$\chi_{m,n}$: n – ty pierwiastek
funkcji Bessela m – tego rzędu

Częstotliwość graniczna
FALOWODU
dla rodzaju typu TE (H):

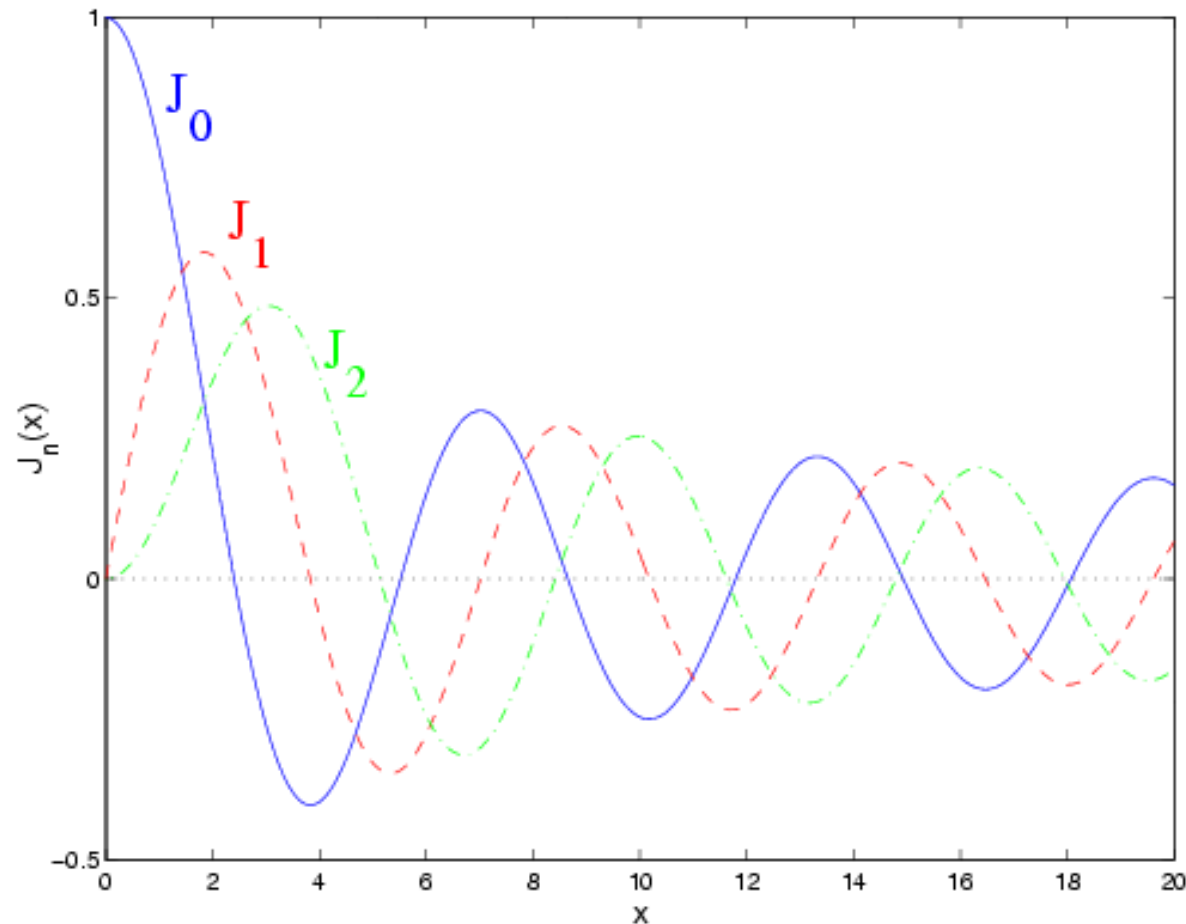
$$\beta_{g,m,n} = \frac{\chi'_{m,n}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_{g m,n}}$$

$\chi_{m,n}$: n – ty pierwiastek
Pierwszej pochodnej
funkcji Bessela m – tego rzędu

Stała fazowa
REZONATORA
kołowego

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \sqrt{\beta_{g m,n}^2 + \beta_z^2}$$

Funkcje Bessela (pierwszego rodzaju)



$$x = \beta_c a$$

Rząd funkcji m	Numer pierwiastka n	Pierwiastki funkcji J_m $\chi_{m,n}$	Pierwiastki pochodnej J'_m $\chi'_{m,n}$
0	1	2,405	3,832
0	2	5,520	7,016
0	3	8,654	10,173
1	1	3,832	1,841
1	2	7,016	5,331
2	1	5,136	3,054
2	2	8,417	6,706
3	1	6,380	4,201

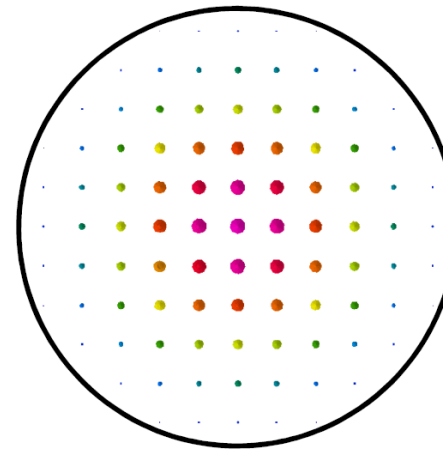
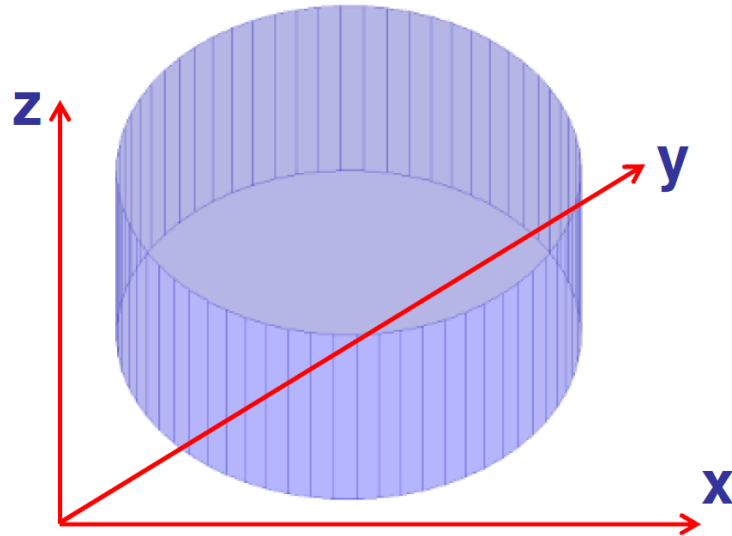
Zadanie 3

Dobrać długość l rezonatora cylindrycznego o promieniu $a = 10 \text{ [cm]}$ tak, by częstotliwości rezonansowe rodzajów H_{111} oraz E_{010} były takie same. Obliczyć tę częstotliwość rezonansową.

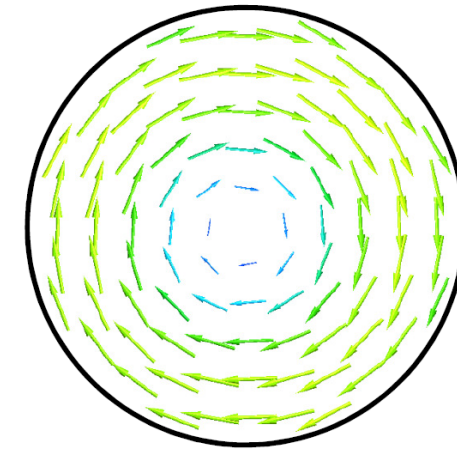


Rezonator kołowy

Rodzaj $E_{z,010}$

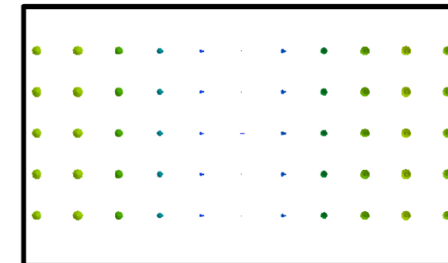
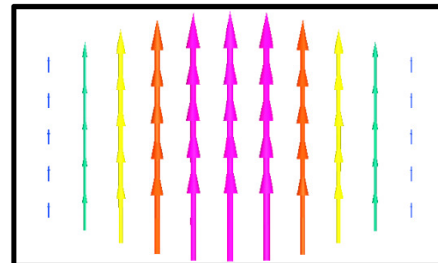


pole elektryczne



pole magnetyczne

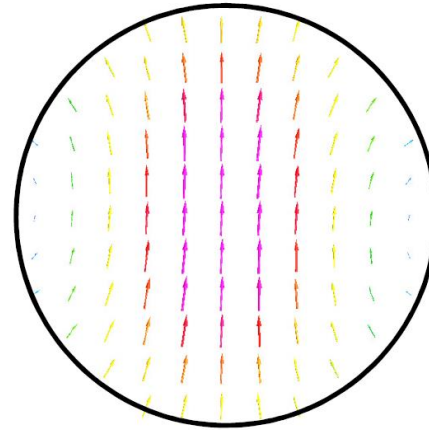
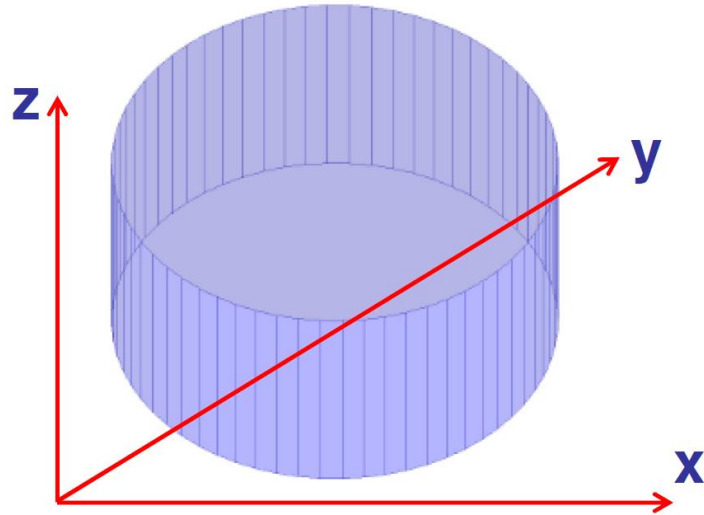
$$f_{r0,1,0} = \chi'_{0,1} \frac{v}{2\pi a} = 2.405 \frac{v}{2\pi a}$$



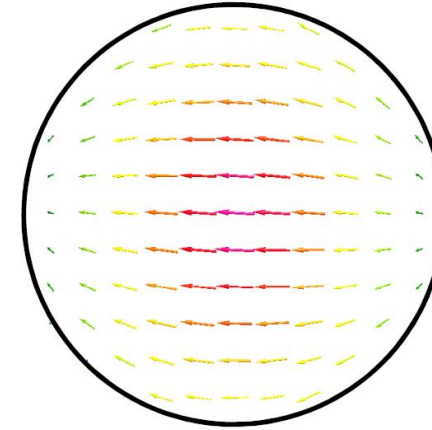


Rezonator kołowy

Rodzaj $H_{z,111}$



pole elektryczne



pole magnetyczne

$$f_{r1,1,1} = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi_{1,1}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2} =$$

$$= \frac{v}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{1.841}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2}$$

