ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: AUTOMATYKA z. 131 Nr kol. 1476

Włodzimierz OGRYCZAK
Politechnika Warszawska

WIELOKRYTERIALNE PODEJŚCIE DO ZADAŃ LOKALIZACYJNYCH

Streszczenie. Dyskretny problem lokalizacyjny może być rozpatrywany jako zagadnienie wielokryterialne, gdzie kryteria mierzą poziom satysfakcji (odległości) poszczególnych klientów. Rozkład wartości ocen (odległości od klientów) jest na ogół istotnym czynnikiem wyboru rozwiązania. Podstawowe koncepcje rozwiązań zadań lokalizacyjnych (optymalizacja średniej lub najgorszej oceny) wykorzystują proste techniki agregacji wielu ocen. Uwzględnienie całego rozkładu wymaga zastosowania odpowiednich modeli optymalizacji wielokryterialnej.

MULTICRITERIA APPROACH TO LOCATION PROBLEMS

Summary. Location problems can be considered as multiple criteria models where for each client (spatial unit) there is defined an individual objective function, which measures the effect of a location pattern with respect to the client satisfaction. This results in a multiple criteria model taking into account the entire distribution of individual effects (distances). Our analysis of the multiple criteria problem focuses on the symmetrically efficient solutions which comply with minimization of distances as well as with impartial consideration of the clients.

1. Wprowadzenie

Wiele modeli optymalizacyjnych zostało sformułowanych dla zagadnień lokalizacyjnych. Szeroki przegląd modeli można znaleźć w [3, 5]. Większość analiz koncentruje się na dwóch głównych kryteriach optymalizacji: minimalizacji średniej odległości i minimalizacji maksymalnej odległości. Te dwa kryteria i ich modyfikacje stanowią również podstawę licznych modeli wielokryterialnych (por. [1, 4, 9]). W tej pracy, podobnie jak w [8], wszystkie odległości poszczególnych klientów są rozpatrywane jako zbiór kryteriów do minimalizacji. Dzięki temu powstaje wielokryterialny model uwzględniający rozkład wszystkich odległości.

Dyskretny problem lokalizacyjny można sformułować następująco. Dany jest zbiór m klientów (jednostek przestrzennych) oraz zbiór n potencjalnych lokalizacji obiektów. W szczególności może to być podzbiór (lub cały zbiór) punktów reprezentujących klientów. Ponadto dana jest liczba p ($p \leq n$) obiektów do lokalizacji. Decyzję można tu opisać poprzez zmienne binarne x_j ($j = 1, 2, \ldots, n$) równe 1, gdy ma być użyta j–ta lokalizacja, a 0 w przeciwnym przypadku. Zmienne decyzyjne x_j muszą spełniać ograniczenia

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = p, \quad x_j \in \{0,1\} \quad \text{dla} \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

W standardowym problemie lokalizacyjnym (bez ograniczeń pojemnościowych) zakłada się, że wszystkie potencjalne obiekty wykonują ten sam rodzaj usługi i każdy klient jest obsługiwany przez obiekt najbliżej usytuowany. Jednakże w wielu problemach lokalizacyjnych zbiór dopuszczalny Q ma bardziej złożoną strukturę. Decyzje przydziału są zwykle modelowane przy użyciu dodatkowych zmiennych decyzyjnych x'_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n$) równych 1, gdy lokalizacja j–ta jest użyta do obsługi i–tego klienta, a 0 w przeciwnym przypadku. Zmienne przydziału muszą spełniać następujące ograniczenia

$$\sum_{j=1}^{n} x'_{ij} = 1 \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{2}$$

$$x'_{ij} \leq x_j \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \quad \text{i} \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

$$x'_{ij} \in \{0,1\} \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \quad \text{i} \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{4}$$

Następnie zakłada się, że dla każdego klienta $i = 1, 2, \ldots, m$ jest zdefiniowana funkcja f_i oceniająca rozlokowanie obiektów. Jest ona miarą satysfakcji i–tego klienta z danego rozlokowania obiektów. Funkcje f_i mogą być interpretowane jako (abstrakcyjnie zdefiniowane) odległości i minimalizowane. Przy jawnym użyciu zmiennych przydziału funkcje oceny f_i mogą być zapisane w postaci liniowej

$$f_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x'_{ij} \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{5}$$

gdzie współczynnik d_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n$) wyraża odległość i–tego klienta od lokalizacji j. Zatem dyskretny problem lokalizacyjny może być sformułowany jako następujący wielokryterialny problem minimalizacji

$$\min \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) \ : \quad \mathbf{x} \in Q\} \tag{6}$$

gdzie $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x}))$ jest wektorową funkcją celu o składowych postaci (5). Jej wartości $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ nazywamy dalej wektorami ocen. Będziemy zakładać, że zbiór dopuszczalny Q zawiera ograniczenia (1)–(4) i ewentualnie inne dodatkowe ograniczenia.

Przy lokalizacji obiektów publicznych rozkład odległości wśród klientów jest istotnym czynnikiem. Na przykład, decyzja lokalizacyjna generująca dla klientów 1, 2 i 3 odległości 4, 3 i 0, powinna być uznana za tak samo dobrą jak decyzja generująca odległości 0, 3 i 4. Przedstawione dalej podejście uwzględnia tę specyfikę zadania (6).

2. Rozwiązania symetrycznie efektywne

W optymalizacji wielokryterialnej wektor ocen $\mathbf{y}'$ jest uważany za lepszy od innego wektora ocen $\mathbf{y}''$, o ile co najmniej jedna indywidualna ocena y'_{i_0} jest lepsza ($y'_{i_0} < y''_{i_0}$) a pozostałe oceny nie są gorsze ($y'_i \leq y''_i$). Relację tę nazywamy dominowaniem wektorów ocen. Relacja dominacji definiuje rozwiązania efektywne problemu wielokryterialnego jako wektory dopuszczalne $\mathbf{x} \in Q$ generujące niezdominowane wektory ocen $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$.

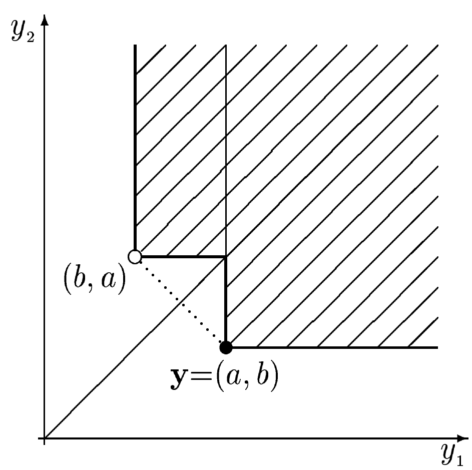
W wielokryterialnym zadaniu lokalizacyjnym (6) wszystkie indywidualne oceny są wyrażone w tej samej skali i jesteśmy zainteresowani porównywaniem rozkładów wyników (odległości). To znaczy, przy danym zestawie funkcji oceny ważny jest tylko rozkład wartości osiągniętych przez te funkcje dla danej decyzji, a nie jest ważne, jaka funkcja jaką wartość przyjęła. Na przykład, mając do wyboru dwa rozwiązania lokalizacyjne generujące wektory ocen $\mathbf{y}' = (5, 0, 5)$ i $\mathbf{y}'' = (0, 1, 0)$, uznajemy obie za efektywne (brak dominacji). Jednakże, w pierwszym przypadku dwie odległości są równe 5 i jedna 0, podczas gdy w drugim przypadku mamy tylko jedną dodatnią odległość równą 1. Nie ulega wątpliwości, że w sensie rozkładu odległości drugie rozwiązanie jest lepsze.

Jeżeli jesteśmy zainteresowani porównywaniem rozkładów ocen, to relacja dominacji powinna być bezstronna ze względu na indywidualne funkcje oceny. Wymaganie to jest formułowane matematycznie jako własność anonimowości relacji. Mówimy, że relacja jest *anonimowa* (bezstronna) wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego wektora ocen $\mathbf{y}$ i dla dowolnej permutacji τ zbioru $I = \{1, 2, \ldots, m\}$, wektor ocen $(y_{\tau(1)}, y_{\tau(2)}, \ldots, y_{\tau(m)})$ jest w sensie tej relacji nierozróżnialny z wektorem $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$. Dodanie wymagania anonimowości do relacji dominacji wektorów ocen prowadzi do dominacji symetrycznej, niezależnej od kolejności (permutacji) ocen.

Definicja 1. *Wektor ocen* $\mathbf{y}'$ *dominuje symetrycznie* $\mathbf{y}''$ *wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją permutacje* τ' *i* τ'' *takie, że* $y'_{\tau'(i)} \le y''_{\tau''(i)}$ *dla* $i \in I$ *oraz dla pewnego indeksu* i_0 *zachodzi ostra nierówność* $(y'_{\tau'(i_0)} < y''_{\tau''(i_0)})$.

Definicja 2. *Rozwiązanie dopuszczalne* $\mathbf{x} \in Q$ *nazywamy symetrycznie efektywnym rozwiązaniem wielokryterialnego problemu (6) wtedy i tylko wtedy, gdy wektor ocen* $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ *jest symetrycznie niezdominowany, tzn. nie istnieje* $\mathbf{x}' \in Q$ *taki, że* $\mathbf{y}' = \mathbf{f}(\mathbf{x}')$ *dominuje symetrycznie* $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$.

Zauważmy, że wektor ocen $\mathbf{y}$ dominuje symetrycznie wszystkie wektory ocen dominowane w standardowym sensie oraz dodatkowo wektory ocen dominowane w standardowym sensie przez jakąkolwiek permutację wektora $\mathbf{y}$ (rys. 1). Tym samym, rozwiązania symetrycznie efektywne stanowią podzbiór zbioru wszystkich rozwiązań efektywnych.



Rys. 1. Struktura dominacji symetrycznej w R^2

Relacja dominacji symetrycznej może być wyrażona jako relacja nierówności dla wektorów ocen, których współrzędne są uporządkowane nierosnąco. W tym celu wprowadzamy przekształcenie $\Theta : R^m \to R^m$ porządkujące nierosnąco współrzędne wektorów ocen, czyli $\Theta(\mathbf{y}) = (\theta_1(\mathbf{y}), \theta_2(\mathbf{y}), \ldots, \theta_m(\mathbf{y}))$, gdzie $\theta_1(\mathbf{y}) \ge \theta_2(\mathbf{y}) \ge \cdots \ge \theta_m(\mathbf{y})$ oraz istnieje permutacja τ zbioru I taka, że $\theta_i(\mathbf{y}) = y_{\tau(i)}$ dla $i = 1, 2, \ldots, m$.

Twierdzenie 1. *Wektor ocen* $\mathbf{y}'$ *dominuje symetrycznie* $\mathbf{y}''$ *wtedy i tylko wtedy, gdy* $\bar{\mathbf{y}}' = \Theta(\mathbf{y}')$ *dominuje* $\bar{\mathbf{y}}'' = \Theta(\mathbf{y}'')$, *tzn.* $\theta_i(\mathbf{y}') \le \theta_i(\mathbf{y}'')$ *dla* $i \in I$ *oraz dla pewnego indeksu* i_0 *zachodzi ostra nierówność* $(\theta_{i_0}(\mathbf{y}') < \theta_{i_0}(\mathbf{y}''))$.

Przykład 1. Dla zilustrowania pojęć dominacji symetrycznej i symetrycznej efektywności rozpatrzmy problem lokalizacji dwóch obiektów do obsługi dziesięciu klientów. Dla ułatwienia analizy problemu przyjmujemy lokalizacje poszczególnych klientów U1, U2,...,U10 jako punkty na osi X o współrzędnych: 0, 4, 5, 6, 8, 17, 18, 19, 20 i 28, z których każdy może być potencjalną lokalizacją obiektu. Zakładamy, że każdy obiekt ma nieograniczoną pojemność i każdy klient jest obsługiwany przez najbliższy obiekt. Zatem problem przyjmuje postać (1)–(6) z $m = n = 10$ i $p = 2$.

Tablica 1. Rozwiązania zadania lokalizacji dla przykładu 1

Rozw.		Wektor ocen										Uporządkowany wektor ocen									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U2	U9	4	0	1	2	4	3	2	1	0	8	8	4	4	3	2	2	1	1	0	0
U1	U9	0	4	5	6	8	3	2	1	0	8	8	8	6	5	4	3	2	1	0	0
U3	U8	5	1	0	1	3	2	1	0	1	9	9	5	3	2	1	1	1	1	0	0
U1	U10	0	4	5	6	8	11	10	9	8	0	11	10	9	8	8	6	5	4	0	0

Tablica 1 zawiera cztery różne rozwiązania problemu lokalizacji. Pierwsze z nich odpowiada podejściu leksykograficznej minimaksymalizacji [7] i polega na umieszczeniu obiektów w punktach U2 i U9. W drugim wierszu tablicy 1 znajduje się inne rozwiązanie minimaksowe. W tym rozwiązaniu obiekty są umieszczone w punktach U1 i U9. Następne wiersze zawierają rozwiązanie minimalizujące sumę ocen oraz rozwiązanie minimalizujące współczynnik Giniego, który jest najbardziej popularną miarą rozbieżności ocen stosowaną przy decyzjach lokalizacyjnych [2]. W pierwszym z tych rozwiązań obiekty są umieszczone w punktach U3 i U8, a w drugim w punktach U1 i U10.

Zauważmy, że żadne spośród czterech rozwiązań (wektorów ocen) występujących w tablicy 1 nie jest dominowane przez inne. Wszystkie są rozwiązaniami efektywnymi, ponieważ ze specyfiki problemu wynika, że każde rozwiązanie dopuszczalne jest rozwiązaniem efektywnym. Natomiast uporządkowany wektor ocen drugiego rozwiązania jest dominowany przez uporządkowany wektor ocen pierwszego rozwiązania, a uporządkowany wektor ocen czwartego rozwiązania jest dominowany przez trzy pozostałe. Zatem, zarówno rozwiązanie drugie, jak i czwarte nie są symetrycznie efektywne. □

3. Metoda dystrybuanty referencyjnej

Twierdzenie 1 pozwala wyrazić symetryczną efektywność dla zadania (6) w terminach standardowej efektywności dla zadania z wektorową funkcją uporządkowanych ocen $\Theta(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$. Dla wielokryterialnych problemów dyskretnych ze skończonymi zbiorami wartości ocen możemy zajmować się bezpośrednio rozkładem ocen. Niech $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_r\}$ $(v_1 > v_2 > \cdots > v_r)$ oznacza zbiór wszystkich możliwych różnych wartości funkcji oceny f_i dla $\mathbf{x} \in Q$. Możemy wprowadzić funkcje całkowite $h_k(\mathbf{y})$ $(k = 1, 2, \ldots, r)$ wyrażające liczbę wartości v_k występujących w wektorze ocen $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$.

W zadaniach lokalizacyjnych z jawnymi zmiennymi przydziału (2)–(4), wartości funkcji $h_k(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$ są dostępne bezpośrednio. Podzielmy zbiór wszystkich indeksów (i,j) $i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n$ na klasy C_k $(k = 1, 2, \ldots, r)$ zdefiniowane równymi współczynnikami odległości d_{ij}. Niech $v_k = d(C_k)$ oznacza wartość współczynnika odległości dla klasy C_k i $d(C_1) > d(C_2) > \cdots > d(C_r)$. Prawdziwa jest wtedy zależność

$$h_k(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = \sum_{(i,j)\in C_k} x'_{ij} \quad \text{dla} \quad k = 1, 2, \ldots, r \tag{7}$$

czyli $h_k(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$ jest liniową funkcją zmiennych przydziału x'_{ij} występujących w zadaniu lokalizacyjnym (2)–(4).

Dalej, określamy funkcję wektorową $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{y}) = (\bar{h}_1(\mathbf{y}), \bar{h}_2(\mathbf{y}), \ldots, \bar{h}_r(\mathbf{y}))$, której poszczególne współrzędne stanowią skumulowane funkcje rozkładu $\bar{h}_k(\mathbf{y}) = \sum_{l=1}^{k} h_l(\mathbf{y})$ dla $k = 1, 2, \ldots, r$. To znaczy, k-ta funkcja $\bar{h}_k(\mathbf{y})$ wyraża liczbę ocen większych lub równych v_k. Wartości tych funkcji (podzielone przez m) określają prawostronną dystrybuantę rozkładu ocen.

Okazuje się (por. [6]), że symetryczna dominacja wektorów ocen $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ dla zadania wielokryterialnego (6) jest równoważna standardowej dominacji wektorów ocen $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{y})$ dla wielokryterialnego zadania:

$$\min \{(\bar{h}_1(\mathbf{f}(\mathbf{x})), \bar{h}_2(\mathbf{f}(\mathbf{x})), \ldots, \bar{h}_r(\mathbf{f}(\mathbf{x}))) \ : \quad \mathbf{x} \in Q\}. \tag{8}$$

Twierdzenie 2. *Jeżeli $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in V^m$ $\forall_{\mathbf{x}\in Q}$, to rozwiązanie dopuszczalne $\mathbf{x}^0 \in Q$ jest symetrycznie efektywnym rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (6) wtedy i tylko wtedy, gdy jest ono rozwiązaniem efektywnym problemu wielokryterialnego (8).*

Zadanie (8) w ogólnym przypadku może mieć bardzo dużą liczbę funkcji oceny. Liczba tych funkcji zależy od liczby różnych wartości ocen v_k. Tym samym problem liczby funkcji oceny w zadaniu (8) wiąże się z dokładnością rozróżniania wartości ocen. W zadaniach lokalizacyjnych jest to problem przyjętej dokładności rozróżniania odległości. W wielu przypadkach przy poszukiwaniu zadowalającego rozkładu odległości wyróżnia się jedynie niewielką liczbę klas wartości typu: bardzo duże, duże, średnie itd. Odpowiada to rozmytemu podejściu do interpretacji ocen. W najprostszym modelu klasy odległości C_k mogą być zdefiniowane jako przedziały wartości. Dla pełnego wykorzystania zalet rozmytego modelowania [11] powinny być jednak zdefiniowane odpowiednie funkcje przynależności μ_k, a ich wartości dla poszczególnych d_{ij} użyte jako współczynniki w odpowiednich liniowych funkcjach h_k:

$$h_k(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \mu_k(d_{ij}) x'_{ij} \;, \quad \text{dla} \quad k = 1, 2, \ldots, r.$$

W przypadku standardowej optymalizacji wielokryterialnej metoda punktu referencyjnego [10] umożliwia interaktywnę analizę zbioru rozwiązań efektywnych. Zgodnie z twierdzeniem 2 metoda punktu referencyjnego zastosowana do wielokryterialnego zadania (8) umożliwia interaktywną analizę zbioru symetrycznie efektywnych rozwiązań zadania lokalizacyjnego (6). Zauważmy, że $\bar{h}_r$ wyraża liczbę odległości większych lub równych najmniejszej możliwej odległości v_r. Zatem, jest ona stała ($\bar{h}_r(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = m$ dla $\mathbf{x} \in Q$) i może być pominięta. Odpowiednia metoda punktu referencyjnego może więc być wyrażona za pomocą minimalizacji skalaryzującej funkcji osiągnięcia:

$$s(\mathbf{x}) = \max_{k=1,\ldots,r-1} \{\lambda_k(\bar{h}_k(\mathbf{f}(\mathbf{x})) - \bar{q}_k)\} + \varepsilon \sum_{k=1}^{r-1} \lambda_k(\bar{h}_k(\mathbf{f}(\mathbf{x})) - \bar{q}_k) \qquad (9)$$

gdzie:

$\bar{\mathbf{q}}$ wektor poziomów aspiracji dla skumulowanych funkcji rozkładu odległości,

λ wektor skalujący, $\lambda_k > 0$,

ε arbitralnie mała stała dodatnia.

Minimalizacja (9) na zbiorze dopuszczalnym Q generuje symetrycznie efektywne rozwiązanie zadania (6) i odwrotnie, każde symetrycznie efektywne rozwiązanie zadania (6) minimalizuje (9) dla pewnego wektora aspiracji $\bar{\mathbf{q}}$. Wektor aspiracji $\bar{\mathbf{q}}$

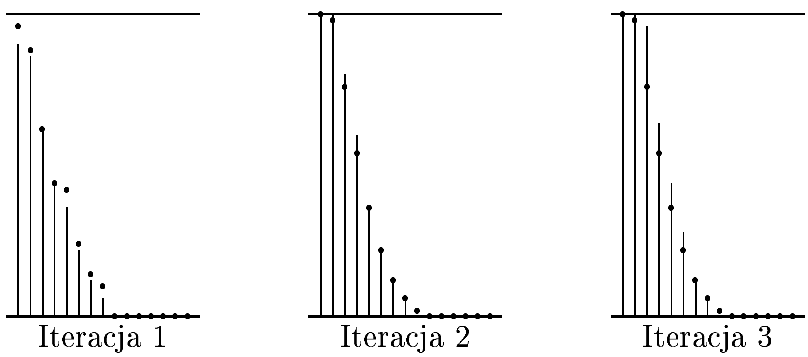
stanowi podstawowy układ parametrów sterujących dla wykonywania analizy interaktywnej. Poszczególne współrzędne wektora aspiracji $\bar{\mathbf{q}}$ odpowiadają współrzędnym wektora $\bar{\mathbf{h}}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$ i reprezentują dystrybuantę rozkładu odległości. Zatem tak zastosowana metoda punktu referencyjnego (9) określa interaktywną metodę dystrybuanty referencyjnej.

Przykład 2. Dla ilustracji metody dystrybuanty referencyjnej przedstawimy przykładowy przebieg analizy interaktywnej dla losowo wygenerowanego problemu lokalizacyjnego (1)–(6). Rozważamy problem lokalizacji dwóch obiektów ($p = 2$) wśród zadanych 10 potencjalnych lokalizacji ($n = 10$) dla obsługi zbioru 50 klientów ($m = 50$). Dla określenia potencjalnych lokalizacji i położenia klientów wygenerowano losowo (rozkład jednostajny) 60 punktów o całkowitych współrzędnych od 0 do 100. Dla określenia odległości między punktami najpierw zostały obliczone odległości euklidesowe (norma l_2), a następnie zaokrąglone do przyjętego kroku (dokładności) odległości 10. W ten sposób otrzymano wielokryterialny problem (1)–(6) z 50 ocenami o wartościach należących do zbioru $V = \{150, 140, \ldots, 10, 0\}$, gdzie $v_1 = 150$, $v_2 = 140, \ldots$, $v_{15} = 10$ i $v_{16} = 0$. Do analizy tego problemu zastosowano metodę dystrybuanty referencyjnej (9).

Tablica 2. Wyniki interaktywnej analizy problemu lokalizacyjnego

		Skumulowane funkcje rozkładu odległości $\bar{h}_k$														
	k	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	v_k	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
1.	aspiracja	45	43	31	22	18	11	6	3	0	0	0	0	0	0	0
	rozwiązanie	48	44	31	22	21	12	7	5	0	0	0	0	0	0	0
2.	aspiracja	50	50	40	30	18	11	6	3	0	0	0	0	0	0	0
	rozwiązanie	50	49	38	27	18	11	6	3	1	0	0	0	0	0	0
3.	aspiracja	50	50	48	32	22	14	6	3	0	0	0	0	0	0	0
	rozwiązanie	50	49	38	27	18	11	6	3	1	0	0	0	0	0	0

Przebieg analizy interaktywnej ilustruje tablica 2 i rysunek 2. Jako pierwszą dystrybuantę referencyjną przyjmujemy dystrybuantę utopii, czyli wektor $\bar{\mathbf{q}}$ złożony z najmniejszych możliwych wartości funkcji $\bar{h}_k$ ($k = 1, 2, \ldots, 15$). W wyniku otrzymujemy jedno z rozwiązań minimaksowych o dość znacznej liczbie odległości największych (5 odległości większych lub równych 80, 7 odległości większych lub równych 70 i 12 odległości większych lub równych 60). W celu wyznaczenia rozwiązania o mniejszej liczbie dużych odległości, w drugiej iteracji zwiększamy poziomy aspiracji odpowiadające małym odległościom, pozostawiając niezmienione poziomy aspiracji dla odległości większych od 40. W rezultacie otrzymujemy rozwiązanie o znacznie mniejszej liczbie dużych odległości (tylko 3 odległości większe lub równe 80, 6 odległości większych lub równych 70 i 11 odległości większych lub równych 60), chociaż pojawiła się jedna odległość większa lub równa 90. Otrzymany rozkład odległości wydaje się być zadowalającym rozwiązaniem. Zostały osiągnięte najmniejsze możliwe liczby odległości większych lub równych 50, 60, 70 i 80.



Rys. 2. Wyniki interaktywnej analizy problemu lokalizacyjnego

Dla sprawdzenia, czy nie można znaleźć podobnego rozwiązania bez odległości większej od 80, w trzeciej iteracji jeszcze bardziej zwiększamy poziomy aspiracji dla odległości mniejszych od 40, jak również podnosimy nieco poziomy aspiracji dla odległości większych od 40 i większych od 50. Okazuje się, że ponownie otrzymujemy to samo rozwiązanie. Zatem nie istnieje inne rozwiązanie dopuszczalne o podobnie małej liczbie dużych odległości. Wyraźnie widać to na rysunku 2, gdzie wykresy otrzymanych dystrybuant rozkładów odległości są prezentowane w postaci kropek na tle słupków reprezentujących dystrybuanty referencyjne (aspiracje). □

LITERATURA

1. Current J., Min H., Schilling D.: Multiobjective Analysis of Facility Location Decisions. Europ. J. Oper. Res. 49, 1990, pp. 295–307.
2. Erkut E.: Inequality Measures for Location Problems. Loc. Sci. 1, 1993, pp. 199–217.

3. Labbé M., Peeters D., Thisse J.-F.: Location on networks. W: Handbook in Operations Research and Management Science: Network Routing. North–Holland, Amsterdam, 1996, pp. 551–624.
4. Malczewski J., Ogryczak W.: Multiple Criteria Location Problem. Env. & Planning, cz. 1, A27, 1995, pp. 1931–1960, cz. 2, A28, 1996, pp. 69–98.
5. Mirchandani P.B., Francis R.L.: Discrete Location Theory. Wiley, New York, 1990.
6. Ogryczak W.: Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Wyd. UW, Warszawa, 1997.
7. Ogryczak W.: On the Lexicographic Minimax Approach to Location Problems. Europ. J. Oper. Res. 100, 1997, pp. 566–585.
8. Ogryczak W.: Location Problems from the Multiple Criteria Perspective: Efficient Solutions. Arch. Control Sci. 7 (XLIII), 1998, pp. 161–180.
9. Ulungu E.L., Teghem J.: Multi-Objective Combinatorial Optimization Problems: A Survey. J. MCDA 3, 1994, pp. 83–104.
10. Wierzbicki A.P.: A Mathematical Basis for Satisficing Decision Making. Math. Modelling 3, 1982, pp. 391–405.
11. Zimmermann H.-J.: Fuzzy Sets Theory and Its Applications. Kluwer, Boston, 1996.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. A. Świerniak

Abstract

In the case of the standard multiple criteria optimization problems, the reference point method is a very convenient technique for an interactive analysis. It provides the DM with a tool for an open analysis of the efficient frontier. The interactive analysis is navigated with the commonly accepted control parameters expressing aspiration levels for the individual objective functions. The standard reference point method cannot be directly applied to search for symmetrically efficient solutions. In this paper we have developed, as an analogue of the reference point method, the reference distribution method taking into account the principle of impartiality. All the solutions generated during the interactive process belong to the symmetrically efficient set. The interactive analysis of the symmetrically efficient set is controlled with the aspiration cumulative distribution of outcomes. In the case of discrete location problems modeled with explicit allocation variables, the method does not complicate significantly the original problem, as all the introduced artificial objective functions are linear. The illustrative example with a randomly generated discrete location problem shows how easily the interactive analysis can be navigated with the aspiration cumulative distribution of distances.