ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: AUTOMATYKA z. 136 Nr kol. 1556

Włodzimierz OGRYCZAK*, Mariusz ZAWADZKI**
*Politechnika Warszawska, **Uniwersytet Warszawski

ZADANIA LOKALIZACYJNE Z KRYTERIUM MINIMALIZACJI NAJGORSZEJ ŚREDNIEJ WARUNKOWEJ

Streszczenie. Praca dotyczy zagadnień lokalizacyjnych z kryterium minimalizacji najgorszej średniej warunkowej. Kryterium to stanowi parametryczne uogólnienie minimalizacji maksymalnej odległości biorące pod uwagę wielkość zapotrzebowania odpowiadającego największym odległościom. Dla ustalonego poziomu tolerancji reprezentującego część (procent) sumarycznego zapotrzebowania bierzemy pod uwagę odpowiednią porcję (kwantyl) największych odległości i minimalizujemy ich średnią. W pracy pokazano, że rozważane kryterium może być implementowane za pomocą dodatkowego układu prostych nierówności liniowych.

LOCATION PROBLEMS WITH THE MINIMIZATION OF THE CONDITIONAL MEAN DISTANCE

Summary. Classical approaches to location problems are based on the minimization of the average distance or the minimization of the maximum distance to service facilities. In this paper we investigate a parametric solution concept based on the minimization of the conditional mean distance which allows us to take into account the portion of demand related to the largest distances. Namely, for a specified portion (quantile) of demand we focus on the group of the corresponding largest distances and we minimize their average. It is shown that such an objective may be modeled with a number of simple linear inequalities.

1. Wprowadzenie

Wiele modeli optymalizacyjnych zostało sformułowanych dla zagadnień lokalizacyjnych. Szeroki przegląd modeli można znaleźć w [4, 6, 8]. Większość analiz koncentruje się na dwóch głównych kryteriach optymalizacji: minimalizacji średniej odległości i minimalizacji maksymalnej odległości. Minimalizacja średniej odległości jest traktowana jako kryterium maksymalizacji efektywności rozważanego systemu jako całości. W rezultacie "peryferyjni" klienci o niskich wielkościach zapotrzebowania mają niewielki wpływ na wybór lokalizacji. Minimalizacja maksymalnej odległości jest utożsamiana z dążeniem do równego traktowania klientów niezależnie od wielkości zapotrzebowań [9]. Może ona jednak prowadzić do sytuacji, gdy o wyborze lokalizacji decyduje położenie pojedynczego klienta reprezentującego dowolnie małą część całkowitego zapotrzebowania [7], co w konsekwencji powoduje znaczne pogorszenie średniej efektywności całego systemu.

Poszukując kompromisowych koncepcji rozwiązań zagadnień lokalizacyjnych Halpern [5] wprowadził parametryczny model oparty na minimalizacji (wypukłej) kombinacji liniowej średniej i maksymalnej odległości. Zadania lokalizacyjne, a w szczególności dyskretne zadania lokalizacyjne, nie należą jednak do klasy zadań programowania wypukłego. Dlatego w wielu przypadkach model Halperna nie generuje istotnie różnych lokalizacji kompromisowych [10].

Inną koncepcję poszukiwania kompromisowych lokalizacji wprowadził Slater [13]. Zaproponował on minimalizację sumy k największych odległości. Przy $k = 1$ model ten redukuje się do minimalizacji maksymalnej odległości, przy k równym liczbie klientów jest on z kolei równoważny minimalizacji średniej odległości. Początkowo model ten był stosowany tylko do zadań lokalizacji na drzewach [13, 1, 2], ale następnie opracowano algorytmy obliczeniowe dla zadań lokalizacyjnych na dowolnych grafach [12, 14]. Ostatnio zostało pokazane [11], że minimalizacja sumy k największych odległości może być modelowana za pomocą prostego układu dodatkowych nierówności liniowych, co otworzyło możliwości do szerszego stosowania tego modelu do różnych zagadnień lokalizacyjnych.

Model Slatera jest ograniczony do zadań nie uwzględniających różnych wielkości zapotrzebowania. W tej pracy rozważając grupę największych odległości odpowiadających zadanej porcji zapotrzebowania wprowadzamy parametryczne ugólnienie modelu Slatera dla ważonych zadań lokalizacyjnych (z wagami reprezentującymi wielkości zapotrzebowań). Dokładniej, dla określonej porcji zapotrzebowania β bierzemy pod uwagę odpowiednią porcję (kwantyl) najwięszych odległości. Ich średnia, nazywana najgorszą średnią warunkową, podlega minimalizacji. Zgodnie z tą definicją nasz model wprowadza uśrednianie odległości ale ograniczone do ustalonego kwantyla najwięszych odległości. Gdy wartość parametru β zbliża się do 0, to odpowiednia najgorsza średnia warunkowa zbiega do największej odległości. Z kolei dla $\beta = 1$ odpowiednia najgorsza średnia warunkowa jest zwykłą średnią odległością.

2. Model

Dyskretny problem lokalizacyjny można sformułować następująco. Dany jest zbiór $I = \{1, 2, \ldots, m\}$ klientów (jednostek przestrzennych) oraz zbiór n potencjalnych lokalizacji obiektów. W szczególności może to być podzbiór (lub cały zbiór) punktów reprezentujących klientów. Ponadto dana jest liczba p ($p \leq n$) obiektów do lokalizacji. Decyzję można tu opisać poprzez zmienne binarne x_j ($j = 1, 2, \ldots, n$) równe 1, gdy ma być użyta j–ta lokalizacja, a 0 w przeciwnym przypadku. Zmienne decyzyjne x_j muszą spełniać ograniczenia

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = p, \quad x_j \in \{0, 1\} \quad \text{dla} \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{1}$$

W standardowym problemie lokalizacyjnym (bez ograniczeń pojemnościowych) zakłada się, że wszystkie potencjalne obiekty wykonują ten sam rodzaj usługi i każdy klient jest obsługiwany przez obiekt najbliżej usytuowany. Jednakże w wielu problemach lokalizacyjnych zbiór dopuszczalny Q ma bardziej złożoną strukturę. Decyzje przydziału są zwykle modelowane przy użyciu dodatkowych zmiennych decyzyjnych x'_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n$) równych 1, gdy lokalizacja j–ta jest użyta do obsługi i–tego klienta, a 0 w przeciwnym przypadku. Zmienne przydziału muszą spełniać następujące ograniczenia

$$\sum_{j=1}^{n} x'_{ij} = 1 \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{2}$$

$$x'_{ij} \leq x_j \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \quad \text{i} \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

$$x'_{ij} \in \{0, 1\} \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \quad \text{i} \quad j = 1, 2, \ldots, n \tag{4}$$

Następnie zakłada się, że dla każdego klienta $i = 1, 2, \ldots, m$ jest zdefiniowana funkcja f_i oceniająca rozlokowanie obiektów. Jest ona miarą satysfakcji i–tego klienta z danego rozlokowania obiektów. Funkcje f_i mogą być interpretowane jako (abstrakcyjnie zdefiniowane) odległości i minimalizowane. Przy jawnym użyciu zmiennych przydziału funkcje oceny f_i mogą być zapisane w postaci liniowej

$$f_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x'_{ij} \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{5}$$

gdzie współczynnik d_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n$) wyraża odległość i–tego klienta od lokalizacji j. Zatem dyskretny problem lokalizacyjny może być sformułowany jako następujący wielokryterialny problem minimalizacji

$$\min \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) \;:\; \mathbf{x} \in Q\} \tag{6}$$

gdzie $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x}))$ jest wektorową funkcją celu o składowych postaci (5). Jej wartości $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ nazywamy dalej (wynikowymi) odległościami. Będziemy zakładać, że zbiór dopuszczalny Q zawiera ograniczenia (1)–(4) i ewentualnie inne dodatkowe ograniczenia.

Typowe problemy lokalizacyjne zawierają dodatkowe wagi $w_i > 0$ reprezentujące zapotrzebowania poszczególnych klientów na daną usługę. Na przykład, całkowite wagi mogą być interpretowane jako liczby jednostkowych klientów w tym samym punkcie systemu. Teoretycznie można zakładać, że zadanie zostało sprowadzone do postaci z jednakowymi wagami (i w konsekwencji bez wag). W przypadku całkowitych wag taka transformacja polega na zwielokrotnieniu odpowiednich klientów. Podobnie można przekształcić problem z dowolnymi wymiernymi wagami. W praktycznych sytuacjach taka transformacja prowadzi do drastycznego wzrostu wymiaru zadania (liczby klientów m). Dlatego koncentrujemy się na modelach pozwalających bezpośrednio uwzględniać wagi. Ponieważ wagi opisują faktycznie odpowiednie rozkłady odległości, będziemy stosowali je w znormalizowanej postaci

$$\bar{w}_i = w_i / \sum_{i=1}^{m} w_i \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{7}$$

zamiast oryginalnych wartości w_i. W problemie bez wag przyjmujemy wszystkie $w_i = 1$, czyli znormalizowane wagi $\bar{w}_i = 1/m$.

Klasyczne modele koncentrują się na minimalizacji średniej odległości lub minimalizacji maksymalnej odległości. Oba te kryteria są bezpośrednio określone dla zagadnień lokalizacyjnych z wagami reprezentującymi wielkości zapotrzebowań poszczególnych klientów. Dokładnie, średnia odległość wyraża się wzorem

$$\mu(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{m} \bar{w}_i y_i$$

i jej minimalizacja jest równoważna minimalizacji sumarycznej odległości $\sum_{i=1}^{m} w_i y_i$. Natomiast, maksymalna (największa) odległość wyraża się wzorem

$$M(\mathbf{y}) = \max_{i=1,\ldots,m} y_i$$

czyli jest całkowicie niezależna od wielkości współczynników wagowych.

Naturalnym uogólnieniem maksymalnej wartości $M(\mathbf{y})$ jest najgorsza średnia warunkowa zdefiniowana jako wartość średnia w ramach ustalonego kwantyla największych (najgorszych) wyników. W najprostszym przypadku jednostkowych zapotrzebowań można wyróżnić k największych odległości (k najgorzej obsługiwanych klientów) i zdefiniować odpowiednią najgorszą średnią warunkową jako średnią tych k wyróżnionych odległości. Matematycznie można to sformalizować wprowadzając przekształcenie $\Theta : R^m \to R^m$ porządkujące nierosnąco współrzędne wektorów wynikowych odległości, czyli $\Theta(\mathbf{y}) = (\theta_1(\mathbf{y}), \theta_2(\mathbf{y}), \ldots, \theta_m(\mathbf{y}))$, gdzie $\theta_1(\mathbf{y}) \geq \theta_2(\mathbf{y}) \geq \cdots \geq \theta_m(\mathbf{y})$ oraz istnieje permutacja τ zbioru I taka, że $\theta_i(\mathbf{y}) = y_{\tau(i)}$ dla $i = 1, 2, \ldots, m$. Najgorsza średnia $\frac{k}{m}$–warunkowa $M_{\frac{k}{m}}(\mathbf{y})$ jest wtedy określona wzorem

$$M_{\frac{k}{m}}(\mathbf{y}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \theta_i(\mathbf{y}), \quad \text{dla} \quad k = 1, 2, \ldots, m. \tag{8}$$

Minimalizacja funkcji (8) jest równoważna modelowi Slatera z minimalizacją k największych odległości.

Wielkość $\theta_1(\mathbf{y})$ reprezentuje największą odległość i może być wyrażona za pomocą optymalizacji z dodatkowymi nierónościami liniowymi

$$\theta_1(\mathbf{y}) = \min\ t \quad \text{p.w.} \quad y_i \leq t \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

Podobne wzory mogą być wprowadzone dla dowolnego $\theta_k(\mathbf{y})$, ale wymagają one użycia zmiennych binarnych prowadząc do mieszanego zadania programowania całkowitoliczbowego [15]. Mianowicie dla dowolnego $k = 1, 2, \ldots, m$ prawdziwy jest wzór

$$\begin{aligned} \theta_k(\mathbf{y}) = \min\ t \qquad \text{p.w.} \qquad & y_i \leq t + S z_i,\ z_i \in \{0, 1\} \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & \sum_{i=1}^{m} z_i \leq k - 1 \end{aligned} \tag{9}$$

gdzie S jest dostatecznie dużą stałą (większą od możliwej różnicy między poszczególnymi odległościami y_i).

W szczególnych przypadkach $k = 1$ i $k = m$ mamy $M_{\frac{1}{m}}(\mathbf{y}) = \theta_1(\mathbf{y}) = M(\mathbf{y})$ i $M_{\frac{m}{m}}(\mathbf{y}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \theta_i(\mathbf{y}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} y_i = \mu(\mathbf{y})$, co wyraża najgorszą średnią warunkową w postaci klasycznych wzorów. Wykorzystując zależności (9) możemy wprowadzić model obliczeniowy mieszanego zadania programowania całkowitoliczbowego dla dowolnego $M_{\frac{k}{m}}(\mathbf{y})$. Mianowicie dla dowolnego $k = 1, 2, \ldots, m$ prawdziwy jest wzór

$$\begin{array}{lll} M_{\frac{k}{m}}(\mathbf{y}) & = & \min \; (t + \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{m} d_i) \\ & \text{p.w.} & \\ & & y_i \le t + d_i, \; d_i \ge 0 \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & & d_i \le S z_i, \; z_i \in \{0, 1\} \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & & \sum_{i=1}^{m} z_i \le k - 1 \end{array} \tag{10}$$

z dostatecznie dużą stałą S.

Wzór (10) może być łatwo uogólniony do definicji dowolnej najgorszej średniej warunkowej. Mianowicie dla dowolnego poziomu tolerancji $0 < \beta \le 1$ odpowiednia najgorsza średnia β–warunkowa $M_\beta(\mathbf{y})$ wyraża się wzorem

$$\begin{array}{lll} M_\beta(\mathbf{y}) & = & \min \; (t + \frac{1}{\beta}\sum_{i=1}^{m} \bar{w}_i d_i) \\ & \text{p.w.} & \\ & & y_i \le t + d_i, \; d_i \ge 0 \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & & d_i \le S z_i, \; z_i \in \{0, 1\} \qquad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m \\ & & \sum_{i=1}^{m} \bar{w}_i z_i < \beta \end{array} \tag{11}$$

Dzięki skończonej liczbie klientów ($i = 1, 2, \ldots, m$) problem (11) jest dobrze zdefiniowany. Jest to problem mieszanego programowania całkowitoliczbowego, ale jak pokazuje następujące twierdzenie zmienne binarne (i odpowiednie ograniczenia) mogą być pominięte w (11), co prowadzi do modelu obliczeniowego w postaci zadania programowania liniowego.

Twierdzenie 1. *Dla dowolnego wektora odległości* $\mathbf{y} \in R^m$ *z odpowiednimi wagami* $\bar{w}_i$ *i dowolnego poziomu tolerancji* $0 < \beta \le 1$, *odpowiednia najgorsza średnia* β*–warunkowa jest określona następującym zadaniem optymalizacji*

$$M_\beta(\mathbf{y}) = \min \; \{t + \frac{1}{\beta}\sum_{i=1}^{m} \bar{w}_i d_i \; : \; y_i \le t + d_i, \; d_i \ge 0, \quad \textit{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, m\}. \tag{12}$$

Dowód: Rozpatrzmy $(t, d_1, \ldots, d_m)$ będący takim rozwiązaniem optymalnym (12), że liczba dodatnich współrzędnych d_i jest minimalna. Niech $I_+ = \{i \;\; : \;\; d_i > 0\}$.

Zdefiniujmy $z_i = 1$ dla $i \in I_+$ i $z_i = 0$ dla $i \notin I_+$. Jeżeli $\sum_{i=1}^m \bar{w}_i z_i < \beta$, to otrzymujemy rozwiązanie problemu (11). W przeciwnym przypadku, wprowadzając $\tilde{t} = t + \Delta$, $\tilde{d}_i = d_i - \Delta$ dla $i \in I_+$, $\tilde{d}_i = d_i$ dla $i \notin I_+$ i $\Delta = \min_{i \in I_+} d_i$, mamy $\beta\tilde{t} + \sum_{i=1}^m \bar{w}_i \tilde{d}_i \leq \beta t + \sum_{i=1}^m \bar{w}_i d_i$. Otrzymaliśmy zatem rozwiązanie optymalne (12) z liczbą dodatnich współrzędnych d_i mniejszą niż $|I_+|$, co kończy dowód. □

Z twierdzenia 1 wynika, że zagadnienie lokalizacyjne z kryterium minimalizacji najgorszej średniej warunkowej może być sformułowane następująco

$$\min \{t + \frac{1}{\beta}\sum_{i=1}^m \bar{w}_i d_i \;:\; \mathbf{x} \in Q;\quad f_i(\mathbf{x}) \leq t + d_i,\ d_i \geq 0, \quad \text{dla} \quad i = 1,2,\ldots,m\} \tag{13}$$

W szczególnym przypadku jednostkowych zapotrzebowań i poziomu tolerancji $\beta = k/m$ ze wzoru (13) wynika następujące sformułowanie

$$\min \{t + \frac{1}{k}\sum_{i=1}^m d_i \;:\; \mathbf{x} \in Q;\ f_i(\mathbf{x}) \leq t + d_i,\ d_i \geq 0, \quad \text{dla} \quad i = 1,2,\ldots,m\}$$

które pokrywa się z ostatnio wprowadzonym [11] sformułowaniem obliczeniowym dla modelu Slatera. Zatem twierdzenie 1 i sformułowanie (13) stanowią uogólnienie tych wyników.

3. Wyniki eksperymentów

Minimalizacja najgorszej średniej warunkowej realizuje kompromis pomiędzy minimalizacją największej a średniej odległości. Tablica 1 pokazuje charakter tego kompromisu. W tablicy przedstawione są procentowo średnie rozkłady odległości (tzn. $y_i = f_i(\mathbf{x})$ dla $i = 1,2,\ldots,m$) generowanych przez kompromisowe lokalizacje otrzymywane w wyniku minimalizacji najgorszej średniej warunkowej M_β ze zmieniającym się parametrem β. Wyniki są badane dla 10 dyskretnych problemów umiejscowienia trzech obiektów ($p = 3$) wśród potencjalnych lokalizacji klientów $n = m = 50$. Dla określenia potencjalnych lokalizacji i położenia klientów generowano losowo (rozkład jednostajny) 50 punktów o całkowitych współrzędnych od 0 do 100. Dla określenia odległości między punktami najpierw zostały obliczone odległości euklidesowe (norma l_2), a następnie zaokrąglone do wartości całkowitych. Każdy wiersz tablicy przedstawia procentowy rozkład wyników dla danego β wyznaczony jako średnia z 10 zadań.

Tablica 1. Procentowe rozkłady wyników

Kryterium	Procentowy rozkład wyników ($n = m = 50,\ p = 3$)										
	0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51+
M	8.0	7.6	10.6	13.2	15.8	18.6	13.4	10.2	2.6	0.0	0.0
$M_{0.06}$	8.6	6.2	10.0	13.8	17.0	18.0	15.6	8.8	2.0	0.0	0.0
$M_{0.1}$	9.0	5.8	10.0	16.6	15.8	19.6	14.2	7.4	1.6	0.0	0.0
$M_{0.2}$	8.6	6.2	11.0	16.2	18.4	21.0	10.8	5.4	2.2	0.2	0.0
$M_{0.3}$	8.6	7.8	10.4	15.6	19.4	20.6	9.6	5.2	2.6	0.2	0.0
$M_{0.4}$	9.0	8.0	11.6	16.8	20.6	17.6	8.0	5.6	1.6	0.8	0.4
$M_{0.5}$	8.8	8.6	14.0	20.0	18.0	14.6	6.4	5.2	2.0	1.4	1.0
$M_{0.7}$	9.0	9.2	16.0	19.6	16.0	13.8	5.4	5.2	2.6	2.0	1.2
$M_1 = \mu$	10.2	11.2	16.0	16.6	13.8	12.6	8.2	5.6	3.4	1.6	0.8

Halpern [5] wprowadził parametryczny model minimalizacji kombinacji liniowej największej i średniej odległości

$$H_\lambda(\mathbf{y}) = \lambda M(\mathbf{y}) + (1-\lambda)\mu(\mathbf{y}), \quad \text{dla} \quad 0 \le \lambda \le 1 \tag{14}$$

Zarówno kryterium $H_\lambda(\mathbf{y})$ dla $0 \le \lambda \le 1$, jak i kryterium $M_\beta(\mathbf{y})$ dla $0 < \beta \le 1$ stanowią narzędzia do poszukiwania kompromisowych lokalizacji pomiędzy minimalizacją maksymalnej a średniej odległości. W odróżnieniu od kryterium Halperna, funkcja $M_\beta(\mathbf{y})$ nie jest kombinacją liniową i dzięki temu jest lepiej dostosowana do syskretnych zagadnień lokalizacyjnych, gdzie model Halperna jest zawodny [10]. Przeprowadziliśmy serię eksperymentów dla weryfikacji tej tezy.

Dla ustalonej macierzy odległości między klientami i danej liczby obiektów p poszukiwaliśmy kompromisowych lokalizacji minimalizując kryterium M_β ze zmieniającą się wartością parametru β i odpowiednio minimalizując kryterium H_λ ze zmieniającą się wartością parametru λ. Badania objęły 25 losowo generowanych macierzy odległości (10 dla m =25, 10 dla m =50 i 5 dla m =100) oraz 5 macierzy z biblioteki problemów testowych OR-Lib [3] (pmed1, pmed2, pmed3, pmed4 i pmed5, dla m =100). Dla danej macierzy odległości i danej liczby obiektów $p = 1, 2, 3$ wyznaczaliśmy po 12 rozwiązań optymalnych dla obu modeli zmieniając β od 0.01 do 1.00 i odpowiednio $\lambda = 1 - \beta$. Wśród nich 2 rozwiązania reprezentowały odpowiednio minimalizację największej i średniej odległości. Wyniki eksperymentu są zawarte w tablicy 2 przedstawiającej średnie liczby wyznaczonych różnych optymalnych lokalizacji dla poszczególnych rozmiarów zadań.

Tablica 2. Średnie liczby różnych optymalnych lokalizacji obiektów

Rozmiar zadania	Różne lokalizacje (zmieniając β w M_β)			Różne lokalizacje (zmieniając λ w H_λ)		
	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
$m = 25$	2.4	3.7	4.5	2.0	2.4	2.6
$m = 50$	2.2	4.8	5.7	2.0	2.4	2.9
$m = 100$	3.6	5.1	6.2	2.1	2.8	3.1

Okazuje się. że operując parametrem λ w modelu Halperna nie otrzymujemy zbyt wielu różnych lokalizacji. Na przykład, przy lokalizacji pojedynczego obiektu ($p = 1$) w modelu Halperna 10 różnych pośrednich wartości λ nie wygenerowało żadnej kompromisowej lokalizacji w 10 instancjach problemów o rozmiarach $m = 25$ i $m = 50$. Wprowadzony model minimalizacji najgorszej średniej warunkowej okazał się znacznie skuteczniejszy w generacji kompromisowych lokalizacji.

LITERATURA

1. Andreatta G., Mason F.M.: k–eccentricity and absolute k-centrum of a tree. European J. Oper. Res. 19, 1985, pp. 114–117.
2. Andreatta G., Mason F.M.: Properties of the k-centrum in a network. Networks 15, 1985, pp. 21–25.
3. Beasley J.E.: A note on solving large p-median problems. European J. Oper. Res. 71, 1994, pp. 270–273.
4. Francis R.L., McGinnis L.F., White J.A.: Facility Layout and Location: An Analytical Approach. Prentice–Hall, Englewood Cliffs, MA, 1992.
5. Halpern J.: Finding minimal center-median convex combination (cent-dian) of a graph. Management Sci. 24, 1978, pp. 534–544.
6. Love R.F., Morris J.G., Wesolowsky G.O.: Facilities Location: Models & Methods. North–Holland, New York, 1988.
7. Malczewski J., Ogryczak W.: Multiple Criteria Location Problem. Env. & Planning, cz. 1, A27, 1995, pp. 1931–1960, cz. 2, A28, 1996, pp. 69–98.

8. Mirchandani P.B., Francis R.L.: Discrete Location Theory. Wiley, New York, 1990.
9. Ogryczak W.: On the Lexicographic Minimax Approach to Location Problems. European J. Oper. Res. 100, 1997, pp. 566–585.
10. Ogryczak W.: On cent-dians of general networks. Location Sci. 5, 1997, pp. 15–28.
11. Ogryczak W., Tamir A.: Minimizing the sum of the k largest functions in linear time. Information Processing Letters, submitted for publication.
12. Peeters P.H.: Some new algorithms for location problems on networks. European J. Oper. Res. 104, 1998, pp. 299–309.
13. Slater P.J.: Centers to centroids in a graph. J. Graph Theory 2, 1978, pp. 209–222.
14. Tamir A.: The k–centrum multi-facility location problem. Discrete Appl. Math. 109, 2001, pp. 293–307.
15. Zorychta K., Ogryczak W.: Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe. WNT, Warszawa, 1981.

Recenzent:

Abstract

Classical approaches to location problems are based on the minimization of the average distance (the median concept) or the minimization of the maximum distance (the center concept) to the service facilities. The median solution concept is primarily concerned with the spatial efficiency. Since the median concept is based on averaging, it often provides solutions where remote and low–population density areas are discriminated against in terms of accessibility to facilities, as compared with centrally situated and high–population density areas. On the other hand, locating a facility at the center may cause a large increase in the total distance thus generating a substantial loss in spatial efficiency. In this paper we introduce a compromise solution concept which is a parametric generalization of the center concept taking into account the portion of demand related to the maximum distances. Namely, for a specified portion of demand we take into account the entire group of the corresponding maximum distances and we minimize their average. Such an objective, called the conditional mean, is shown to be much more effective in modeling various compromise location preferences than the classical cent-dian approaches (especially, in the case of discrete location problems). Minimization of the conditional mean, similar to the standard minimax approach, may be modeled with a number of simple linear inequalities. Our limited experiments with the use of a simple general purpose MIP code show that minimization of the conditional mean usually needs a computational effort larger than that for the median solution but smaller than that for the center. Certainly, large-scale real-life location problems will require some specialized algorithms.