

Metody bioinformatyki (MBI)

Wykład 13 - Badanie istotności wyników. Przeszukiwanie z odcinaniem - mapy restrykcyjne.

Robert Nowak

2026L

Istotność wyników

Istotność odnalezionych sekwencji

- ▶ dwie dowolne sekwencje zawsze można dopasować
- ▶ wyszukiwanie w bazie sekwencji podobnych do danej zawsze zwróci wyniki
- ▶ Czy dopasowanie wskazuje na podobieństwo, czy jest wynikiem przypadku?

Rozkład ocen dopasowań dla par losowych sekwencji

Uproszczenia:

- ▶ sekwencje bez przerw o tej samej długości n
- ▶ wszystkie k symbole występują z tym samym prawdopodobieństwem $p = \frac{1}{k}$
- ▶ prawdopodobieństwo identycznych symboli

$$\sum_0^k p^2 = kp^2 = p$$

- ▶ miarą podobieństwa m jest liczba identycznych symboli

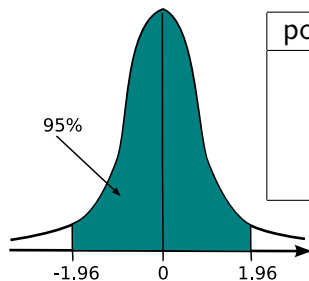
$$P(m) = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m}$$

$$m_{sr} = np$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

Rozkład ocen dopasowań dla par losowych sekwencji (2)

Gdy $np \geq 3$ oraz $n(1 - p) \geq 3$ to rozkład dwumianowy¹ można przybliżać rozkładem normalnym $P(m) \approx N(m_{sr}, \sigma)$



poz. ufności	zakres
90%	$(m_{sr} - 1.65\sigma, m_{sr} + 1.65\sigma)$
95%	$(m_{sr} - 1.96\sigma, m_{sr} + 1.96\sigma)$
99%	$(m_{sr} - 2.58\sigma, m_{sr} + 2.58\sigma)$
99.74%	$(m_{sr} - 3\sigma, m_{sr} + 3\sigma)$

¹rozkład Bernoulliego

Rozkład ocen dopasowań dla par losowych sekwencji (3)

Przykład:

GAATTCGAATTC
GATGAAGATTAA $m_1 = 5, n = 12, p = 0.25, m_{sr} = 3, \sigma = 1.5$

$$z = \frac{m_1 - m_{sr}}{\sigma} = 1.34 (\text{podobieństwo jest przypadkowe})$$

Przykład 2: $m_2 = 350, n = 1200, p = 0.25, m_{sr} = 300, \sigma = 15$

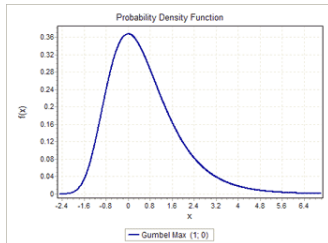
$$z = \frac{m_2 - m_{sr}}{\sigma} = 3.33 (\text{podobieństwo nie jest przypadkowe})$$

Prawdopodobieństwo, że sekwencje o takim (lub większym) dopasowaniu są przypadkowe wynosi $\approx 0.05\%$

Rozkład ocen dla maksymalnie zgodnej sekwencji z bazy

Uproszczenia:

- ▶ sekwencje bez przerw o tej samej długości n
- ▶ wszystkie symbole występują z tym samym prawd.
- ▶ miarą podobieństwa m jest liczba identycznych symboli
- ▶ ocena to m_{max} dla wszystkich N sekwencji z bazy



$$P(m_{max}) = \lambda e^{-\lambda(m_{max}-u)} e^{-e^{-\lambda m_{max}-u}}$$

rozkład wartości ekstremalnej
(EVD, extreme value distribution)
lub rozkład Gumbela

- ▶ rozkład uwzględniając przerwy jest podobny (symulacje)
- ▶ dla danego algorytmu wyszukiwania estymuje się parametry tego rozkładu

E-value - spodziewana liczba wyników

$$E = kmne^{-\lambda S}$$

gdzie:

- ▶ m długość poszukiwanej sekwencji
- ▶ n liczbie rekordów w bazie danych
- ▶ S ocena podobieństwa
- ▶ λ , k współczynniki zależne od macierzy podobieństwa

Przykład: $E = 5$, baza danych z losowymi sekwencjami zwróci 5 rekordów

Jeżeli $E \ll 1$ oznacza to, że wynik jest istotny.

Przykład - uruchomienie algorytmu

← → ↺ https://blast.ncbi.nlm.nih.gov/Blast.cgi?PROGRAM=blastp&PAGE_TYPE=BlastSearch&BLAST_SPEC=&LINK_LOC=blasttab&LAST_PAGE=blastn

NIH U.S. National Library of Medicine **NCBI** National Center for Biotechnology Information [Sign in to NCBI](#)

BLAST » blastp suite [Home](#) [Recent Results](#) [Saved Strategies](#) [Help](#)

blastn **blastp** **blastx** **tblastn** **tblastx**

Standard Protein BLAST

BLASTP programs search protein databases using a protein query. [more...](#) [Reset page](#) [Bookmark](#)

Enter Query Sequence

Enter accession number(s), gi(s), or FASTA sequence(s)

HALMRRLLPLLALLALWGPDPAAAFVNOHLGCSHLVEALYLVCGERFFY
TPKTRREADLQGSLLPLALEGSLQKRGIVEQCCTICSLYQLENYCN

[Clear](#) [Query subrange](#)

From

To

Or, upload file [Wybierz plik](#) Nie wybrano pliku

Job Title

Enter a descriptive title for your BLAST search

☐ Align two or more sequences

Choose Search Set

Database **Reference proteins (refseq_protein)**

Organism Optional ☐ Exclude [+](#)

Enter organism name or id--completions will be suggested
Enter organism common name, binomial, or tax id. Only 20 top taxa will be shown.

Exclude Optional ☐ Models (XM/XP) ☐ Uncultured/environmental sample sequences

Entrez Query Optional [YouTube](#) [Create custom database](#)

Enter an Entrez query to limit search

Program Selection

Algorithm

☒ blastp (protein-protein BLAST)

☐ PSI-BLAST (Position-Specific Iterated BLAST)

☐ PHI-BLAST (Pattern Hit Initiated BLAST)

☐ DELTA-BLAST (Domain Enhanced Lookup Time Accelerated BLAST)

Choose a BLAST algorithm

BLAST Search database **Reference proteins (refseq_protein)** using **Blastp (protein-protein BLAST)**

☐ Show results in a new window

Przykład - wyniki

Alignments Download GenPept Graphics Distance tree of results Multiple alignment							
	Description	Max score	Total score	Query cover	E value	Ident	Accession
☐	insulin preproprotein [Homo sapiens]	192	192	100%	8e-65	89%	NP_000198.1
☐	insulin-2 preproprotein [Mus musculus]	140	140	100%	4e-44	73%	NP_032413.1
☐	insulin-1 preproprotein [Mus musculus]	137	137	100%	5e-43	73%	NP_032412.3
☐	insulin, isoform 2 precursor [Homo sapiens]	112	112	63%	5e-32	100%	NP_001035835.1
☐	insulin-like growth factor II isoform 1 preproprotein [Homo sapiens]	53.9	53.9	92%	2e-09	38%	NP_000603.1
☐	insulin-like growth factor II isoform 2 [Homo sapiens]	53.9	53.9	92%	3e-09	38%	NP_001121070.1
☐	insulin-like growth factor II isoform 2 preproprotein [Mus musculus]	50.8	50.8	98%	3e-08	32%	NP_001116208.1

insulin-1 preproprotein [Mus musculus]

Sequence ID: [NP_032412.3](#) Length: 108 Number of Matches: 1

Range 1: 1 to 108 GenPept Graphics Next Match Previous Match						
Score	Expect	Method	Identities	Positives	Gaps	
137 bits(346)	5e-43	Compositional matrix adjust.	79/108(73%)	83/108(76%)	10/108(9%)	
Query 1	MALWMRLRLPLLALLALWGPDPAAAFVNHLCGSHLVEALYLVCGERGFFYTPKTRREAED 60					
Sbjct 1	MAL + LPLLALLALW P P AFV QHLCG HLVEALYLVCGERGFFYTPK+RRE ED 60					
Query 61	LQ-----GLOPLALEGSLKRGIVQCCTSI CSLYQLENYCN 98					
Sbjct 61	LQ LQ LALE + QKRGIV+QCCTSI CSLYQLENYCN 108					

[Download](#) [GenPept](#) [Graphics](#)

insulin, isoform 2 precursor [Homo sapiens]

Sequence ID: [NP_001035835.1](#) Length: 200 Number of Matches: 1

Range 1: 1 to 62 GenPept Graphics Next Match Previous Match						
Score	Expect	Method	Identities	Positives	Gaps	
112 bits(281)	5e-32	Compositional matrix adjust.	62/62(100%)	62/62(100%)	0/62(0%)	
Query 1	MALWMRLRLPLLALLALWGPDPAAAFVNHLCGSHLVEALYLVCGERGFFYTPKTRREAED 60					
Sbjct 1	MALWMRLRLPLLALLALWGPDPAAAFVNHLCGSHLVEALYLVCGERGFFYTPKTRREAED 60					
Query 61	LQ 62					
Sbjct 61	LQ 62					

Related Information

[Gene](#) - associated gene details

[UniGene](#) - clustered expressed sequence tags

[Map Viewer](#) - aligned genomic context

[Next](#) [Previous](#) [Descriptions](#)

Related Information

[Gene](#) - associated gene details

[Map Viewer](#) - aligned genomic context

Parametry testów binarnych

Parametry testów binarnych

macierz pomyłek		stan	
		plus	minus
wynik	dodatni	prawdziwie dodatni(TP)	fałszywie dodatni(FP)
	ujemny	fałszywie ujemny(FN)	prawdziwie ujemny(TN)

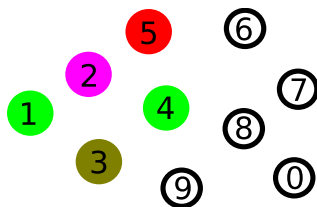
$$\text{czułość (sensitivity)} = \frac{TP}{TP + FN}, \text{ swoistość (specifity)} = \frac{TN}{TN + FP}$$

$$\text{precyzja (precision)} = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$\text{dokładność} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}, \text{ błąd} = 1 - \text{dokładność}$$

$$F1\text{-score} = 2 * \frac{PPV * TPR}{PPV + TPR}$$

Parametry testów binarnych (2)



TP = 4	FP = 2
FN = 1	TN = 3

czułość = 0.8
 swoistość = 0.6
 precyzja = 0.67
 dokładność = 0.7
 F1-score = 0.73

Test na kolor:

nr	stan	wynik testu
0	NIE	NIE
1	TAK	NIE
2	TAK	TAK
3	TAK	TAK
4	TAK	TAK
5	TAK	TAK
6	NIE	TAK
7	NIE	TAK
8	NIE	NIE
9	NIE	NIE

Krzywe ROC (Receiver Operating Characteristics)

Graficzna ocena skuteczności testu, oś X to $FPR = 1 - \text{swoistość}$, oś Y to czułość (TPR).

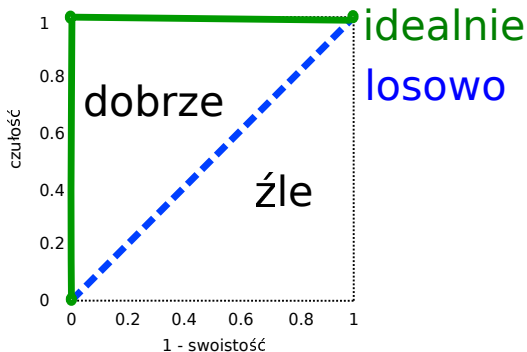
Punkty charakterystyczne:

(0,0) wszystkie przykłady są ujemne ($TP=0$)

(1,1) wszystkie przykłady są dodatnie ($TN=0$)

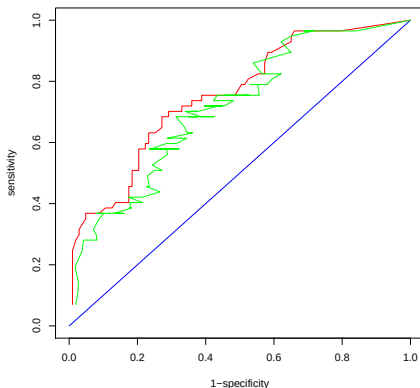
(0,1) test idealny

$y = x$ strategia losowa



Krzywe ROC - porównanie modeli

AUC ROC (area under ROC curve) – jakość klasyfikatora



model A jest lepszy niż model B,
jeżeli w każdym punkcie krzywa
ROC dla A jest powyżej ROC dla
B

Krzywa PR (Precision-Recall)

graficzna ocena skuteczności testu binarnego; oś X to precyzja (precision) oś Y to czułość (recall, TPR).

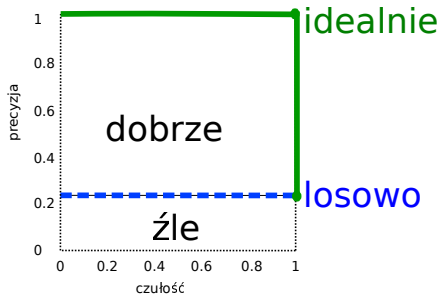
Punkty charakterystyczne:

- ▶ nie można obliczyć, gdy wszystkie przykłady są ujemne ($TP=0$)

$(1,1)$ test idealny

$(1, \frac{p}{p+n})$ wszystkie przykłady są dodatnie

$= \frac{p}{p+n}$ strategia losowa
(odestek przykładów pozytywnych w zbiorze)



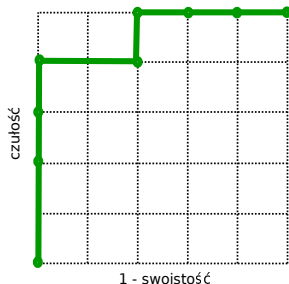
Krzywa ROC i PR - przykład tworzenia



nr	stan	wynik
0	NIE	0.1
1	TAK	0.4
2	TAK	0.9
3	TAK	0.9
4	TAK	0.8
5	TAK	0.7
6	NIE	0.6
7	NIE	0.6
8	NIE	0.3
9	NIE	0.2

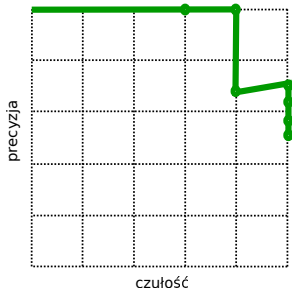
próg	macierz pom.		czuł	sw.	prec.
0.05	TP = 5 FN = 0	FP = 5 TN = 0	1.0	0.0	0.500
0.15	TP = 5 FN = 0	FP = 4 TN = 1	1.0	0.2	0.556
0.25	TP = 5 FN = 0	FP = 3 TN = 2	1.0	0.4	0.625
0.35	TP = 5 FN = 0	FP = 2 TN = 3	1.0	0.6	0.714
0.45	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	0.667
0.55	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	1.000
0.65	TP = 4 FN = 1	FP = 0 TN = 5	0.8	1.0	1.000
0.75	TP = 3 FN = 2	FP = 0 TN = 5	0.6	1.0	1.000
0.85	TP = 2 FN = 3	FP = 0 TN = 5	0.4	1.0	1.000
0.95	TP = 0 FN = 5	FP = 0 TN = 5	0.0	1.0	-

Krzywa ROC i PR - przykład tworzenia



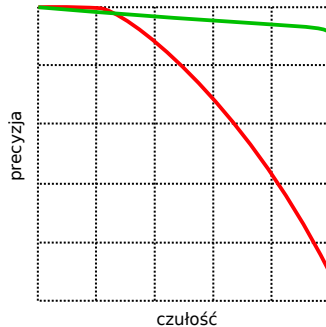
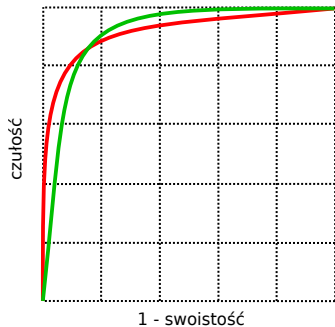
próg	macierz pom.		czuł	sw.	prec.
0.05	TP = 5 FN = 0	FP = 5 TN = 0	1.0	0.0	0.500
0.15	TP = 5 FN = 0	FP = 4 TN = 1	1.0	0.2	0.556
0.25	TP = 5 FN = 0	FP = 3 TN = 2	1.0	0.4	0.625
0.35	TP = 5 FN = 0	FP = 2 TN = 3	1.0	0.6	0.714
0.45	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	0.667
0.55	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	1.000
0.65	TP = 4 FN = 1	FP = 0 TN = 5	0.8	1.0	1.000
0.75	TP = 3 FN = 2	FP = 0 TN = 5	0.6	1.0	1.000
0.85	TP = 2 FN = 3	FP = 0 TN = 5	0.4	1.0	1.000
0.95	TP = 0 FN = 5	FP = 0 TN = 5	0.0	1.0	-

Krzywa ROC i PR - przykład tworzenia



próg	macierz pom.		czuł	sw.	prec.
0.05	TP = 5 FN = 0	FP = 5 TN = 0	1.0	0.0	0.500
0.15	TP = 5 FN = 0	FP = 4 TN = 1	1.0	0.2	0.556
0.25	TP = 5 FN = 0	FP = 3 TN = 2	1.0	0.4	0.625
0.35	TP = 5 FN = 0	FP = 2 TN = 3	1.0	0.6	0.714
0.45	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	0.667
0.55	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	1.000
0.65	TP = 4 FN = 1	FP = 0 TN = 5	0.8	1.0	1.000
0.75	TP = 3 FN = 2	FP = 0 TN = 5	0.6	1.0	1.000
0.85	TP = 2 FN = 3	FP = 0 TN = 5	0.4	1.0	1.000
0.95	TP = 0 FN = 5	FP = 0 TN = 5	0.0	1.0	-

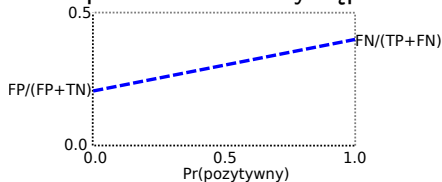
Krzywe ROC i PR gdy nie ma równowagi klas



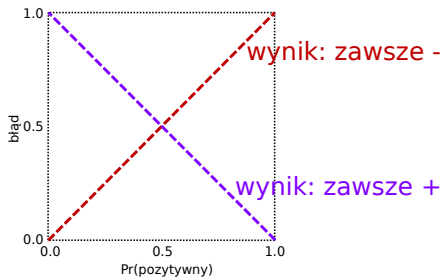
Krzywa kosztu (cost curve)

zakładamy $\text{koszt}(\text{FP}) = \text{koszt}(\text{FN})$

graficzna ocena skuteczności testu binarnego: oś X to prawdopodobieństwo wystąpienia klasy plus, oś Y to błąd.



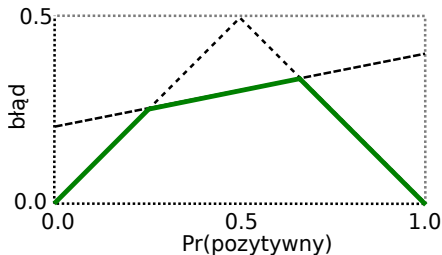
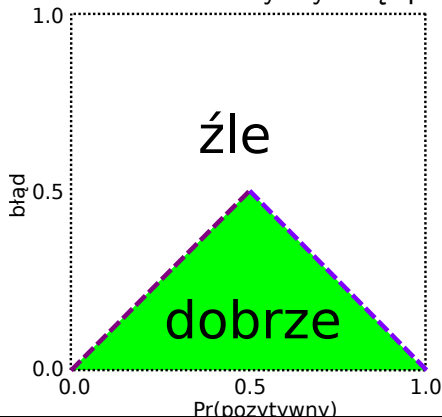
macierz pomyłek to prosta na krzywej kosztu, łączy punkty $(0, \frac{\text{FN}}{\Sigma})$ i $(1, \frac{\text{FP}}{\Sigma})$



Krzywa kosztu (2)

Możemy wybierać najlepszy z wyników:

- ▶ zawsze zwracamy etykietę 'negatywny'
- ▶ zwracamy wynik testu
- ▶ zawsze zwracamy etykietę 'pozytywny'



Krzywa ROC, PR i kosztu - przykład 2

osoba	stan	wynik testu
A	zdrowa	0.1
B	zdrowa	0.1
C	zdrowa	0.2
D	zdrowa	0.3
E	zdrowa	0.6
F	chora	0.6
G	chora	0.7
H	chora	0.8
I	chora	0.9
J	chora	0.9

Próg 0.35:

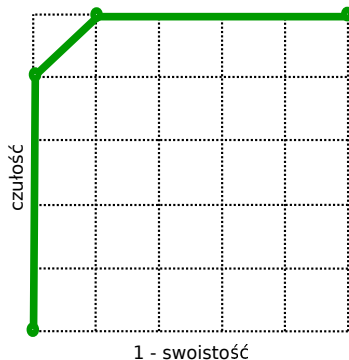
TP = 5	FP = 1
FN = 0	TN = 4

Próg 0.5:

TP = 5	FP = 1
FN = 0	TN = 4

Próg 0.65:

TP = 4	FP = 0
FN = 1	TN = 5



Krzywa ROC, PR i kosztu - przykład 2

osoba	stan	wynik testu
A	zdrowa	0.1
B	zdrowa	0.1
C	zdrowa	0.2
D	zdrowa	0.3
E	zdrowa	0.6
F	chora	0.6
G	chora	0.7
H	chora	0.8
I	chora	0.9
J	chora	0.9

Próg 0.35:

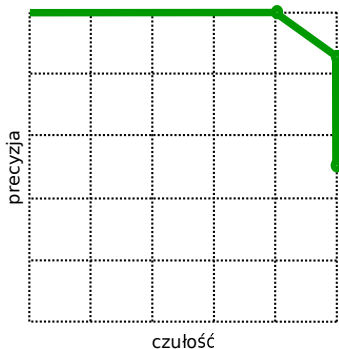
TP = 5	FP = 1
FN = 0	TN = 4

Próg 0.5:

TP = 5	FP = 1
FN = 0	TN = 4

Próg 0.65:

TP = 4	FP = 0
FN = 1	TN = 5



Krzywa ROC, PR i kosztu - przykład 2

osoba	stan	wynik testu
A	zdrowa	0.1
B	zdrowa	0.1
C	zdrowa	0.2
D	zdrowa	0.3
E	zdrowa	0.6
F	chora	0.6
G	chora	0.7
H	chora	0.8
I	chora	0.9
J	chora	0.9

Próg 0.35:

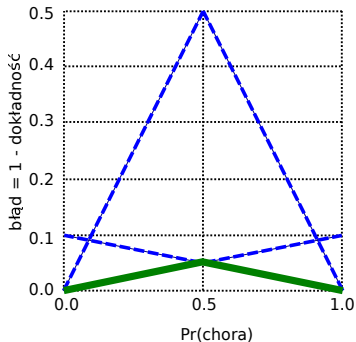
TP = 5	FP = 1
FN = 0	TN = 4

Próg 0.5:

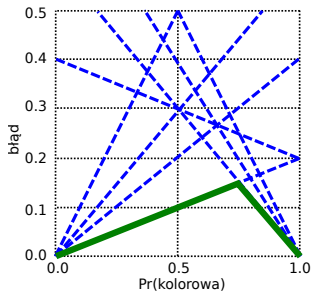
TP = 5	FP = 1
FN = 0	TN = 4

Próg 0.65:

TP = 4	FP = 0
FN = 1	TN = 5



Krzywa kosztu - przykład 2



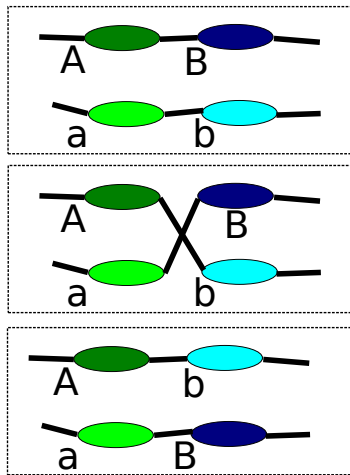
próg	macierz pom.		czuł	sw.	prec.
0.05	TP = 5 FN = 0	FP = 5 TN = 0	1.0	0.0	0.500
0.15	TP = 5 FN = 0	FP = 4 TN = 1	1.0	0.2	0.556
0.25	TP = 5 FN = 0	FP = 3 TN = 2	1.0	0.4	0.625
0.35	TP = 5 FN = 0	FP = 2 TN = 3	1.0	0.6	0.714
0.45	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	0.667
0.55	TP = 4 FN = 1	FP = 2 TN = 3	0.8	0.6	1.000
0.65	TP = 4 FN = 1	FP = 0 TN = 5	0.8	1.0	1.000
0.75	TP = 3 FN = 2	FP = 0 TN = 5	0.6	1.0	1.000
0.85	TP = 2 FN = 3	FP = 0 TN = 5	0.4	1.0	1.000
0.95	TP = 0 FN = 5	FP = 0 TN = 5	0.0	1.0	-

Mapy restrykcyjne

Mapa genetyczna i fizyczna

- ▶ Mapa genetyczna - mapa lokalizacji genów lub markerów na chromosomie powstała poprzez badanie osobników w krzyżówce testowej. Jednostka – centymorgany (cM).
- ▶ Mapa fizyczna - mapa powstała poprzez odczyt sekwencji. Jednostka - nt (nukleotydy) lub bp (pary zasad).

cM - prawdopodobieństwo rozdzielenia w jednym pokoleniu podczas rekombinacji (cross-over) wynosi 1%



Tworzenie mapy genetycznej

zlicza się cechy u osobników potomnych:

- ▶ markery są położone blisko na chromosomie → są dziedziczone wspólnie (małe prawd. ich rozdzielenia)
- ▶ markery są oddalone → są dziedziczone niezależnie (duże prawdopodobieństwo ich rozdzielenia)

Przykład, krzyżowanie AB/ab i ab/ab^a

^akrzyżówka z podwójną homozygotą recesywną upraszcza obliczenia

- ▶ jeżeli markery są odległe (niesprzężone), to

$$P(AB/ab) = P(Ab/ab) = P(aB/ab) = P(ab/ab) = 0.25$$

- ▶ markery sprzężone zupełnie (w 100%)

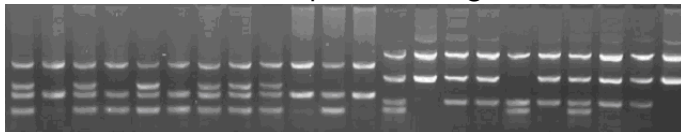
$$P(AB/ab) = P(ab/ab) = 0.5, P(aB/ab) = P(Ab/ab) = 0.0$$

- ▶ inne częstości oznaczają sprzężenie częściowe

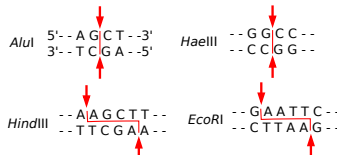
Mapy uproszczone - mapy restrykcyjne

Mapy restrykcyjne można uzyskać bez konieczności odczytywania sekwencji

- ▶ cząsteczki DNA trudno obserwować bezpośrednio
- ▶ elektroforeza - metoda pomiaru długości łańcucha



enzym restrykcyjny tnie DNA w miejscu, które zawiera wzorec specyficzny dla danego enzymu



Problem częściowego strawienia (partial digest problem)

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ zbiór n pozycji

$\Delta X = \{x_j - x_i : i < j\}$ multi-zbiór odległości $|\Delta X| = \binom{n}{2}$

Przykład 1: $X = \{0, 5, 7\}$, $\Delta X = \{2, 5, 7\}$

Przykład 2: $X = \{0, 5, 7, 9\}$, $\Delta X = \{2, 2, 4, 5, 7, 9\}$

PDP: dla danego ΔX znaleźć (wszystkie) X

► typowo 1 rozwiązanie

► $H(n)$ - liczba rozwiązań dla zbioru n elementowego,
 $H(n) \leq \frac{1}{2} n^{1.233}$

Przykład: $\Delta X = \{1, 2, 7, 8, 9, 10\}$



$X_1 = \{0, 1, 8, 10\}$, $X_2 = \{0, 2, 9, 10\}$

PDP strawienia - rekurencja z nawrotami

```
bool partialDigest(set L) { //L - zbiór różnic
    width = deleteMax(L);
    X = { 0, width };
    return place(L,X);
}

bool place(set L, set X) { //L - zbiór różnic, X - zbiór miejsc
    if ( empty L ) return true;
    x = deleteMax(L); //nowy fragment umieszczony od lewej
    if ( delta(x, X ) in L ) { //oblicza różnice odległości
        new_X = X + x;
        new_L = L - delta(x, X);
        if( place(new_L, new_X) ) return true;
    }
    x = width - x; //nowy fragment umieszczony od prawej
    if ( delta(x, X in L ) {
        new_X = X + x; new_L = L - delta(x, X);
        if( place(new_L, new_X) ) return true;
    }
    return false;
}
```

PDP - rekurencja z nawrotami (2)

Przykład $L = \{1, 2, 7, 8, 9, 10\}$

width = 10 place()	$X = \{0, 10\}$, $L = \{1, 2, 7, 8, 9\}$ $x = 9$, $\text{delta}(x, X) = \{1, 9\}$ place()	$X = \{0, 9, 10\}$, $L = \{2, 7, 8\}$ $x = 8$, $\text{delta}(x, X) = \{1, 2, 8\}$ $x = 2$, $\text{delta}(x, X) = \{2, 7, 8\}$ place()	$X = \{0, 2, 9, 10\}$, $L = \{ \}$ return true
	return true	return true	

- złożoność pesymistyczna:

$$O(2^n n \log n)$$

- złożoność średnia

$$O(n^2 \log n)$$

PDP - problemy podobne

- ▶ uproszczony problem częściowego strawienia (SPDP), przeprowadzane są dwa doświadczenia: częściowe i pełne trawienie, problem NP-trudny (złożoność wykładnicza)
- ▶ znakowany problem częściowego strawienia (labeled PDP), końce cząsteczki znakowane (np. radioaktywnie), następnie częściowe trawienie, złożoność wielomianowa
- ▶ cięcie dwoma enzymami (Double Digest Problem, DDP), przeprowadzane są trzy doświadczenia dla dwóch różnych enzymów, trawienie pełne jednym enzymem, trawienie pełne drugim, trawienie pełne jednym i drugim, problem NP-trudny

Znaczenie mapowania restrykcyjnego maleje, obecnie używamy sekwencjonowania.

Dziękuję